

# Zadaci iz fizike : interna skripta za studente Farmaceutsko–biokemijskog fakulteta

---

Bešić, Erim; Kifer, Domagoj

**Educational content / Obrazovni sadržaj**

*Publication year / Godina izdavanja:* **2022**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:163:916864>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-05-21**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Pharmacy and  
Biochemistry University of Zagreb](#)





**Sveučilište u Zagrebu**  
**Farmaceutsko–biokemijski fakultet**



# **ZADACI IZ FIZIKE**

**interna skripta za studente**  
**Farmaceutsko–biokemijskog fakulteta**

**Erim Bešić**  
**Domagoj Kifer**

Zagreb, 2022.





Sveučilište u Zagrebu  
Farmaceutsko–biokemijski fakultet



# **ZADACI IZ FIZIKE**

**interna skripta za studente  
Farmaceutsko-biokemijskog fakulteta**

**Erim Bešić**  
**Domagoj Kifer**

Zagreb, 2022.

Izdanja Farmaceutsko-biokemijskog fakulteta  
Sveučilišta u Zagrebu

---

Izdavač  
Sveučilište u Zagrebu  
Farmaceutsko-biokemijski fakultet  
Zagreb, 2022.

Recenzenti:

prof. dr. sc. Mario Basletić  
doc. dr. sc. Nataša Erceg

ISBN 978-953-8273-11-7

# SADRŽAJ

UVODNA RIJEČ.....	6
<b>1. MEHANIKA</b>	
1.1 KINEMATIKA.....	9
1.1.1 Jednoliko gibanje duž pravca. Jednoliko ubrzano gibanje duž pravca.....	9
1.1.2 Harmonijsko titranje. Jednoliko kružno gibanje.....	13
1.2 DINAMIKA.....	15
1.3 RAD. ENERGIJA. ZAKONI OČUVANJA.....	17
1.4 GIBANJE TIJELA U GRAVITACIJSKOM POLJU ZEMLJE.....	21
1.5 MEHANIKA FLUIDA.....	28
1.5.1 Tlakovi u tekućini.....	28
1.5.2 Uzgon.....	30
1.5.3 Površinska napetost. Kapilarnost.....	34
1.5.4 Viskoznost.....	35
<b>2. TOPLINA</b>	
2.1 TOPLINSKO ŠIRENJE TVARI.....	39
2.2 PRIJENOS TOPLINE.....	42
<b>3. ELEKTRICITET</b>	
3.1 ELEKTROSTATIČKA SILA. ELEKTRIČNO POLJE. ....	47
3.2 ELEKTRIČNA STRUJA. ELEKTRIČNI OTPOR.....	52
3.3 ELEKTRIČNI STRUJNI KRUGOVI.....	54
<b>4. OPTIKA</b>	
4.1 GEOMETRIJSKA OPTIKA.....	60
4.1.1 Refleksija svjetlosti. Lom svjetlosti.....	60
4.1.2 Primjene loma svjetlosti.....	62
4.1.3 Optičke leće.....	65
4.2 VALNA OPTIKA.....	69
4.2.1 Interferencija svjetlosti.....	69
4.2.2 Ogib svjetlosti.....	71
<b>5. ODABRANA POGLAVLJA</b>	
5.1 RAVNOTEŽNO TALOŽENJE ČESTICA U OTOPINI.....	75
5.2 MEĐUDJELOVANJE ELEKTROMAGNETSKIH VALOVA S TVARIMA.....	76
5.2.1 Fotoelektrični učinak.....	76
5.2.2 Apsorpcija elektromagnetskih valova.....	78
5.3 RADIOAKTIVNI RASPAD.....	79
DODATAK (FIZIČKE KONSTANTE, SI PREFIKSI, ODNOSI MJERNIH JEDINICA).....	84

## UVODNA RIJEČ

Visokoškolska nastava opće fizike redovno je popraćena rješavanjem stvarnih ili hipotetskih problema povezanih s nastavnim gradivom. Na hrvatskom jeziku postoji nekoliko opsežnih i vrijednih zbirki zadataka iz fizike koje se tiču visokoškolske nastave. Stoga se može postaviti pitanje namjere izdavanja ove skripte, koja očito nije toliko opširna i općenita. Postojeće zbirke zadataka nastale su za potrebe nastave fizike na Prirodoslovno–matematičkom fakultetu ili za potrebe nastave fizike na tehničkim fakultetima. Na tim su fakultetima programi opće fizike mnogo opširniji, pa su njima prilagođene i zbirke zadataka. Nasuprot tome, nastava opće fizike za studente farmacije i studente medicinske biokemije prilično je ograničena po izboru nastavnih sadržaja i po mogućnosti prezentacije gradiva jer se cjelokupna nastava fizike održava u zimskom semestru prve godine studija.

Upravo je iz spomenutih razloga nastala ova skripta koja je prvenstveno namijenjena studentima prve godine Farmaceutsko–biokemijskog fakulteta oba smjera (studij Farmacije i studij Medicinske biokemije), a sadržaj je prilagođen gradivu i seminarskoj nastavi predmeta Fizika. Zadaci u skripti nešto su složeniji od zadataka koji se standardno rješavaju u okviru srednjoškolske nastave iz fizike, no s druge su strane mnogo jednostavniji od zadataka iz zbirki pisanih za potrebe studija Prirodoslovno–matematičkog fakulteta i mnogih tehničkih fakulteta. Matematičko predznanje koje je potrebno za rješavanje zadataka iz ove skripte ne uključuje poznavanje diferencijalnog i integralnog računa, kao ni drugih pojmova više matematike, no od studenata katkad zahtjeva poznavanje gradiva elementarne matematike (algebarski izrazi, algebarske jednadžbe, logaritmi, eksponencijalne funkcije, trigonometrija, planimetrija, stereometrija) i temelja vektorske algebre. Također, pretpostavlja se određeno predznanje fizike stečeno u osnovnoj i srednjoj školi, kao i iskustvo u rješavanju numeričkih zadataka. Na temelju dugogodišnjeg iskustva u seminarskoj nastavi predmeta Fizika pokazano je da je kod velikog broja studenata ovo predznanje nedostavno, pa se takvim studentima prije svega preporučuje svladavanje zadataka iz općih srednjoškolskih zbirki (npr. Nada Brković: *Zbirka zadataka iz fizike I-II-II dio*, Luk d. o. o., Zagreb, 2001.).

Skripta je nastala kao svojevrsna dopuna otprije tiskane zbirke (Erim Bešić, Janko Herak: *Zbirka zadataka iz fizike*, Farmaceutsko–biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2002.), čija je naklada već dugi niz godina rasprodana. U odnosu na tu zbirku, dodano je mnoštvo novih zadataka koji su se pojavljivali na pisanim ispitima iz predmeta Fizika u proteklih petnaestak godina. Na taj način skripta sadrži 363 zadatka s konačnim brojčanim rješenjima. Valja napomenuti da se zadaci slični zadacima iz ove zbirke često pojavljuju na pisanim ispitima iz predmeta Fizika. Pedesetak reprezentativnih zadataka rješava se u okviru seminarske nastave predmeta Fizika, a nakon odslušane seminarske nastave za prolaznu bi ocjenu studenti trebali znati samostalno riješiti većinu zadataka iz ove skripte.

Osim dodavanja novih zadataka, za razliku od prije tiskane zbirke zadataka napravljena je i promjena redoslijeda prezentiranja gradiva zbog uobičajenijeg načina prezentacije gradiva opće fizike. Na taj način prezentirano gradivo u skripti redoslijedom više ne slijedi redoslijed prezentacije gradiva u udžbeniku Janko Herak: *Osnove kemijske fizike*, Farmaceutsko–biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2001., no sadržajem je usko povezano s određenim poglavljima ovog udžbenika, prvenstveno onim bitnim za farmaceutsku i medicinsku biokemijsku struku. Skripta sadrži i pregled svih fizičkih izraza koje se koriste pri rješavanju zadataka, kao i fizičke konstante, prefikse SI jedinica i odnose nekih mjernih jedinica.

Konačno, bez obzira što su svi zadaci rješavani više puta, u rješenjima zadataka, kao i u njihovom tekstu, mogla se potkrasti pokoja pogreška. Stoga ćemo biti zahvalni svakome onome tko nas upozori na bilo kakve pogreške i propuste i na taj način doprinese boljem izdanju ove skripte (kontakt adresa: ebesic@pharma.hr).

Autori



# 1. MEHANIKA

## 1.1 KINEMATIKA

### 1.1.1 Jednoliko gibanje duž pravca. Jednoliko ubrzano gibanje duž pravca

#### JEDNOLIKO GIBANJE DUŽ PRAVCA

$$\text{Srednja brzina: } \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{Srednje ubrzanje: } \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\text{Brzina: } v = \text{konst.} \quad \text{Prijedeni put: } s = vt$$

#### JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE DUŽ PRAVCA

##### A) BEZ POČETNE BRZINE

$$\text{Ubrzanje: } a = \text{konst.} \quad \text{Brzina: } v = at \quad v^2 = 2as \quad \text{Prijedeni put: } s = \frac{1}{2}at^2$$

##### B) S POČETNOM BRZINOM

$$\text{Ubrzanje: } a = \text{konst.} \quad \text{Brzina: } v = v_0 + at \quad v^2 = v_0^2 + 2as \quad \text{Prijedeni put: } s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

---

#### ZADATAK 1.1

Kad bi biciklist vozio 10 km/h brže, prešao bi put od 240 km dva sata ranije. Kolika je brzina biciklista?

Rješenje: 30 km/h

#### ZADATAK 1.2

Prvih 150 km puta od Zagreba do Dubrovnika automobil prijeđe srednjom brzinom 120 km/h. Kolika treba biti srednja brzina automobila na drugom dijelu puta da bi njegova srednja brzina na cijelom putu od Zagreba do Dubrovnika bila 80 km/h?

Udaljenost Zagreba i Dubrovnika je 400 km.

Rješenje: 66.67 km/h

#### ZADATAK 1.3

U 17 h 37 min vlak A iz Slavanskog Broda krene prema Zagrebu, a u 18 h vlak B krene iz Zagreba prema Slavanskom Brodu. Vlak A se giba srednjom brzinom 100 km/h, a vlak B srednjom brzinom 92 km/h.

a) Naolikoj će se udaljenosti od Zagreba vlakovi susresti?

b) U koliko će se sati vlakovi susresti?

Udaljenost Zagreba i Slavanskog Broda je 193 km.

Rješenja: a) 74.13 km; b) 18 sati 48 min

#### ZADATAK 1.4

Putnik putuje iz Zagreba u Ljubljanu najprije autobusom, a zatim osobnim automobilom. Vozeći se autobusom putnik prijeđe prvu polovinu puta srednjom brzinom 55 km/h, a drugu polovinu puta srednjom brzinom 75 km/h. Vozeći se automobilom putnik prijeđe prvu polovinu puta srednjom brzinom 65 km/h, a drugu polovinu puta srednjom brzinom 75 km/h. Koliko minuta prije putnik stigne iz Zagreba u Ljubljanu vozeći se automobilom?

Udaljenost Zagreba i Ljubljane je 135 km.

Rješenje: 11.34 min

#### ZADATAK 1.5

Dva trkača koji sudjeluju u maratonskoj utrci (42 km) trče 21 km u jednom smjeru, a zatim se vraćaju istim putem do mjesta odakle su počeli trčati. Brzina jednog od njih je 18 km/h, a drugog 12 km/h.

- Na kolikoj će udaljenosti od starta utrke biti sporiji trkač u trenutku susreta s bržim trkačem?
- Koliko će minuta dulje sporiji trkač istrčati utрку u odnosu na bržeg trkača?

Rješenja: a) 16.80 km; b) 70 min

#### ZADATAK 1.6

Četiri automobila, Ford, Škoda, Opel i BMW, u vremenskim intervalima od 10 minuta redom krenu iz Zagreba prema Bjelovaru. Ford, Škoda i Opel gibaju se srednjom brzinom 80 km/h.

- Kolikom se srednjom brzinom gibaju BMW ako on u Bjelovar dolazi istodobno s Fordom?
- Na kolikoj će udaljenosti od Zagreba BMW sustići Opela?
- Na kolikoj će udaljenosti od Zagreba BMW sustići Škodu?

Udaljenost Zagreba i Bjelovara je 80 km.

Rješenja: a) 160 km/h; b) 26.64 km; c) 53.28 km

#### ZADATAK 1.7

Dizalo, koje se počelo gibati iz stanja mirovanja, u prve dvije sekunde svog gibanja podiže se jednoliko ubrzano pri čemu postigne brzinu 2 m/s kojom se nastavlja gibati iduće četiri sekunde. Posljednje dvije sekunde gibanja dizalo se podiže jednoliko usporeno jednakim ubrzanjem kao u prve dvije sekunde gibanja, ali suprotnog predznaka.

Nacrtajte:

- $v - t$  dijagram;
- $a - t$  dijagram

gibanja dizala.

Izračunajte visinu na koju se dizalo podiglo:

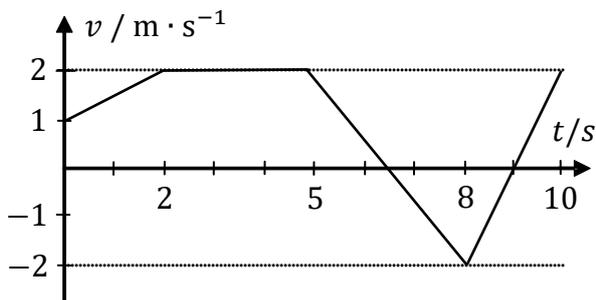
- grafički, na temelju  $v - t$  dijagrama;
- računski, na temelju jednadžbi gibanja.

Rješenja: c) 12 m; d) 12 m

**ZADATAK 1.8**

Pas je hodao tako da mu je brzina o vremenu ovisila na način prikazan grafom. Koliku je udaljenost pas prešao u prvih 9 s gibanja?

Rješenje: 8 m

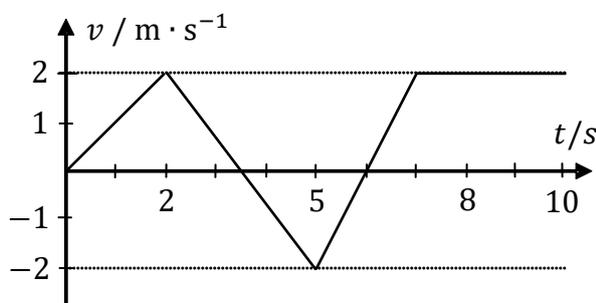
**ZADATAK 1.9**

Pješak se gibao tako da mu je brzina o vremenu ovisila na način prikazan grafom.

- Koliki je put pješak prešao tijekom prvih 5 s gibanja?
- Koliki je put pješak prešao tijekom sedme i osme sekunde gibanja?
- Koliko je bilo ubrzanje pješaka tijekom treće, četvrte i pete sekunde gibanja?
- Grafički prikažite vremensku ovisnost ubrzanja pješaka tijekom prvih 10 s gibanja.

Rješenja: a) 2 m; b) 3 m; c)  $-1.33 \text{ m/s}^2$

- d)  $a(0-2) = 1 \text{ m/s}^2$ ;  $a(2-5) = -1.33 \text{ m/s}^2$ ;  
 $a(5-7) = 2 \text{ m/s}^2$ ;  $a(7-10) = 0 \text{ m/s}^2$

**ZADATAK 1.10**

Automobil duljine 4 m, koji se giba stalnom brzinom 130 km/h, pretječe automobil duljine 3 m koji se giba stalnom brzinom 115 km/h u susjednoj traci na autocesti. Koliki put za vrijeme pretjecanja prijeđe brži automobil ako pretjecanje počne i završi u trenutcima kad su automobili međusobno udaljeni 20 m?

Rješenje: 407.33 m

**ZADATAK 1.11**

Tijekom posljednje tri sekunde svog jednoliko ubrzanog gibanja motociklist je prešao polovinu ukupnog puta. Koliko se dugo motociklist gibao?

Rješenje: 10.24 s

**ZADATAK 1.12**

Dva vlaka, vlak A i vlak B, u jednakom su vremenu prešla put između dvije željezničke stanice. Vlak A je započeo svoje gibanje iz stanja mirovanja i prešao put stalnim ubrzanjem  $3 \text{ cm/s}^2$ , a vlak B je prvu polovinu puta prešao srednjom brzinom 18 km/h, a drugu polovinu srednjom brzinom 54 km/h. Kolika je udaljenost između željezničkih stanica?

Rješenje: 3.75 km

### ZADATAK 1.13

Automobil, koji se giba stalnom brzinom 60 km/h, počne kočiti usporanjem  $3 \text{ m/s}^2$  na udaljenosti  $d$  iza traktora koji se giba stalnom brzinom 30 km/h. Kolika treba biti najmanja udaljenost  $d$  između automobila i traktora da ne bi došlo do njihovog sudara?

Rješenje: 11.60 m

### ZADATAK 1.14

Pokraj vozila policijske patrole, koja kontrolira brzinu vozila na cesti na kojoj je najveća dopuštena brzina 50 km/h, projurio je automobil brzinom 72 km/h i nastavio se gibati jednakom brzinom. Nakon jedne minute, vozilo policijske patrole krenulo je sustizati automobil nesavjesnog vozača gibajući se jednoliko ubrzano. Kolika je bila brzina vozila policijske patrole u trenutku sustizanja nesavjesnog vozača na križanju koje se nalazi na udaljenosti 3.6 km od mjesta polaska vozila policijske patrole?

Rješenje: 60 m/s

### ZADATAK 1.15

Na autocesti automobil se giba stalnom brzinom 36 km/h na udaljenosti 20 m iza sporog kamiona koji se giba jednakom brzinom. U trenutku kad automobil počne ubrzavati ubrzanjem  $0.8 \text{ m/s}^2$  da bi pretekao kamion, kamion počne ubrzavati ubrzanjem  $0.4 \text{ m/s}^2$ .

- Nakon koliko će vremena od početka ubrzavanja automobil dostići kamion?
- Koliki će put prijeći automobil od trenutka kad počne ubrzavati do trenutka kad dostigne kamion?

Rješenja: a) 10 s; b) 140 m

### ZADATAK 1.16

Automobil A, koji se giba brzinom 100 km/h, pretječe automobil B jednake mase i istih voznih karakteristika koji se giba brzinom 60 km/h. U trenutku kad su automobili u međusobno paralelnom položaju, oba vozača na cesti ugledaju kamenu gromadu koju ne mogu izbjeći, pa istodobno počnu naglo kočiti. Kolikom je brzinom automobil A udario u kamenu gromadu ako se automobil B zaustavio tik do nje?

Pretpostavka je da je pri kočenju sila trenja između kotača i podloge jednaka za oba automobila.

Rješenje: 80 km/h

### ZADATAK 1.17

Tramvaj vozi između dvije stanice međusobno udaljene 600 m tako da polazi s prve stanice iz mirovanja i ubrzava ubrzanjem  $3 \text{ m/s}^2$  dok ne postigne određenu brzinu. Zatim vozi stalnom brzinom u trajanju  $3/4$  ukupnog vremena vožnje između dvije stanice. Prilikom zaustavljanja na drugoj stanici, tramvaj koči i pritom usporava akceleracijom  $4 \text{ m/s}^2$ . Koliko je ukupno vrijeme vožnje tramvaja između dvije stanice?

Rješenje: 40 s

## 1.1.2 Harmonijsko titranje. Jednoliko kružno gibanje

### HARMONIJSKO TITRANJE

Jednadžba harmonijskog titranja:  $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

Kružna frekvencija:  $\omega = 2\pi f$     Frekvencija:  $f = \frac{1}{T}$     Elastična sila opruge:  $F = -kx$

### JEDNOLIKO KRUŽNO GIBANJE

Kutna brzina (kružna frekvencija):  $\omega = \frac{\varphi}{t} = 2\pi f$     Obodna brzina:  $v = \omega r$     Frekvencija:  $f = \frac{1}{T}$

Centripetalno ubrzanje:  $a_{cp} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$

Centripetalna (centrifugalna) sila:  $F_{cp} = F_{cf} = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$

#### ZADATAK 1.18

Harmonijsko titranje utega na opruzi opisano je jednadžbom:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad A = 5 \text{ m}, \quad \omega = \frac{\pi}{2} \text{ s}^{-1}, \quad \varphi = \frac{\pi}{3}.$$

- Koliki je period titranja utega?
- Koliki su položaj, brzina i ubrzanje utega 2 s nakon početka titranja?

Rješenja: a) 4 s; b)  $-2.50 \text{ m}$ ,  $6.80 \text{ m/s}$ ,  $6.17 \text{ m/s}^2$

#### ZADATAK 1.19

Harmonijsko titranje utega na opruzi opisano je jednadžbom:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad A = 39 \text{ cm}, \quad \varphi = 30^\circ.$$

- Koliki su položaj, brzina i ubrzanje utega u trenutku  $t = 1.5 \text{ s}$  ako je period titranja utega 12 s?
- Kolika je brzina utega u trenutku njegovog prolaska kroz ravnotežni položaj?

Rješenja: a)  $37.7 \text{ cm}$ ,  $5.28 \text{ cm/s}$ ,  $-10.3 \text{ cm/s}^2$ ; b)  $20.4 \text{ cm/s}$

#### ZADATAK 1.20

Harmonijsko titranje utega na opruzi opisano je jednadžbom:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad \varphi = 0.$$

Kolika je amplituda titranja utega ako je na udaljenosti 5 cm od položaja ravnoteže njegova brzina  $17.3 \text{ cm/s}$ , a ubrzanje  $20 \text{ cm/s}^2$ .

Rješenje: 10 cm

### ZADATAK 1.21

Harmonijsko titranje utega na opruzi opisano je jednačbom:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad \omega = 10\pi \text{ s}^{-1}, \quad \varphi = 0.$$

Kolika je amplituda titranja utega ako on kroz položaj ravnoteže prolazi brzinom 2.5 m/s?

Rješenje: 8 cm

### ZADATAK 1.22

Gibanje materijalne točke u  $xy$  ravnini opisano je jednačbama:

$$x(t) = \cos \pi t, \quad y(t) = 2 \cos \frac{\pi t}{2}.$$

- Odredite jednačbu putanje materijalne točke (ovisnost  $y(x)$ );
- Nacrtajte sliku putanje materijalne točke u Kartezijevom koordinatnom sustavu u ravnini.

Rješenja: a)  $y^2 = 2x + 1$ ; b) materijalna točka se giba po paraboli

### ZADATAK 1.23

Koliki put prijeđe automobil u 30 minuta gibanja stalnom brzinom ako ubrzanje točke na obodu gume kotača automobila opsega 180 cm iznosi  $30 \text{ m/s}^2$ ?

Rješenje: 5276.91 m

### ZADATAK 1.24

Biciklist se giba po kružnoj putanji obodnom brzinom 23 km/h. Koliki je kut nagiba biciklista u odnosu na tlo ako je najmanji promjer kružne putanje koju biciklist može opisati, a da pritom ne padne 14.41 m?

Rješenje:  $60^\circ$

### ZADATAK 1.25

Koliki je omjer obodnih brzina vrhova sekundne i minutne kazaljke sata ako je sekundna kazaljka 1.1 puta dulja od minutne?

Pretpostavka je da je gibanje kazaljki kontinuirano.

Rješenje: 66

### ZADATAK 1.26

Satna i minutna kazaljka sata pokazuju vrijeme 15:00 sati, pri čemu međusobno tvore pravi kut. Nakon koliko će sekundi kazaljke sata prvi put ponovno biti pod pravim kutom?

Rješenje: 1960 s

**ZADATAK 1.27**

Kuglica mase 200 g privezana na tanku nerastezljivu nit duljine 70 cm i zanemarivo malene mase jednoliko kruži u vertikalnoj ravnini u gravitacijskom polju Zemlje. Najveća napetost koju nit može izdržati, a da ne pukne je 10 N. Kolika je najveća frekvencija kojom kuglica može kružiti, a da nit pritom ne pukne?

Rješenje: 1.21 Hz

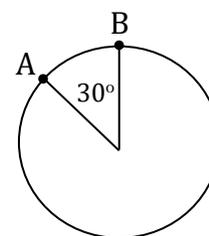
**ZADATAK 1.28**

Uteg privezan na tanku nerastezljivu nit duljine 80 cm i zanemarivo malene mase jednoliko kruži u vertikalnoj ravnini u gravitacijskom polju Zemlje. Kolika je frekvencija kruženja utega ako je napetost niti tri puta manja kad je uteg na vrhu nego kad je na dnu svoje putanje?

Rješenje: 0.79 Hz

**ZADATAK 1.29**

Uteg privezan tankim užetom zanemarivo malene mase jednoliko kruži frekvencijom 0.64 Hz u vertikalnoj ravnini u gravitacijskom polju Zemlje. Kolika je duljina užeta ako je njegova napetost dva puta veća kad je uteg u točki A nego kad je u točki B svoje kružne putanje (vidi sliku)?



Rješenje: 68.79 cm

## 1.2 DINAMIKA

2. Newtonov zakon (temeljna jednadžba gibanja):  $F = ma = \frac{\Delta p}{\Delta t}$     Količina gibanja:  $p = mv$

**ZADATAK 1.30**

Sila iznosa 6 kN pokrene mirna kolica koja u 5 s djelovanja sile prijeđu put 120 m. Koliki će put kolica prijeći u 8 s svog gibanja ako sila prestane djelovati nakon 5 s?

Rješenje: 264 m

**ZADATAK 1.31**

Na dvojica kolica masa 6.5 kg i 3.5 kg, koja miruju na glatkoj podlozi u međusobno paralelnom položaju, istodobno počnu djelovati dvije sile. Nakon koliko će vremena od početka djelovanja sila međusobna udaljenost kolica biti 7 m ako na kolica veće mase djeluje sila iznosa 0.7 N, a na kolica manje mase sila iznosa 2.4 N u istom smjeru?

Trenje između kotača kolica i podloge zanemarivo je maleno.

Rješenje: 4.92 s

**ZADATAK 1.32**

Na skateboard, koji se giba stalnom brzinom 54 km/h, počne djelovati sila iznosa 1 N u smjeru gibanja. Nakon 0.45 s djelovanja sile, skateboard poveća svoju kinetičku energiju za 7.2 J. Koliko je ubrzanje skateboarda?

Otpor između kotača skateboarda i podloge zanemarivo je malen.

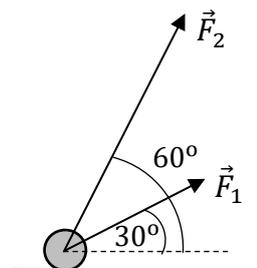
Rješenje: 4.44 m/s<sup>2</sup>

**ZADATAK 1.33**

Dvije sile,  $F_1 = 4$  N i  $F_2 = 8$  N, djeluju u težištu kugle mase 2 kg tako da tvore kut  $30^\circ$ , odnosno  $60^\circ$  u odnosu na podlogu (vidi sliku). Koliko je ubrzanje kugle?

Trenje kugle i podloge zanemarivo je maleno.

Rješenje: 5.82 m/s<sup>2</sup>

**ZADATAK 1.34**

Na kolica mase 2.5 kg, koja se gibaju brzinom 9 km/h, počnu djelovati dvije sile,  $F_1 = 4$  N i  $F_2 = 3$  N. Koliki će put kolica prijeći tri sekunde nakon početka djelovanja sile ako:

- sile  $F_1$  i  $F_2$  djeluju u smjeru gibanja kolica;
- sila  $F_1$  djeluje u smjeru gibanja kolica, a sila  $F_2$  suprotno smjeru gibanja kolica;
- sila  $F_1$  djeluje u smjeru gibanja kolica, a sila  $F_2$  u smjeru okomitom na smjer gibanja kolica?

Rješenja: a) 20.10 m; b) 9.30 m; c) 16.50 m

**ZADATAK 1.35**

Tri sile,  $\vec{F}_1 = 35$  N  $\vec{i} - 15$  N  $\vec{j}$ ,  $\vec{F}_2 = -30$  N  $\vec{i} - 50$  N  $\vec{j}$  i  $\vec{F}_3 = -25$  N  $\vec{i} + 65$  N  $\vec{j}$ , istodobno počnu djelovati na tijelo mase 25 kg koje se giba brzinom  $\vec{v} = 5$  m/s  $\vec{i}$ .

- Koliki put prijeđe tijelo osam sekundi nakon početka djelovanja sile?
- Kolika je promjena brzine tijela u  $x$  smjeru u vremenskom intervalu od početka treće sekunde do kraja pete sekunde nakon početka djelovanja sile?
- Koliki je kut između vektora ukupne sile na tijelo i pozitivnog smjera  $y$  osi?
- Koliki je kut između sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ , odnosno  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_3$ ?

Rješenja: a) 14.40 m; b)  $-2.40$  m/s; c)  $90^\circ$ ; d)  $97.8^\circ$ ,  $134.2^\circ$

**ZADATAK 1.36**

Na mirna kolica mase 1000 g počne djelovati vremenski ovisna sila  $F(t) = F_0 \left(1 - \left(\frac{2t-T}{T}\right)^2\right)$ ,  $F_0 = 2$  N, u vremenskom intervalu  $0 \leq t \leq T$ ,  $T = 3$  s. Kolika je brzina kolica na kraju vremenskog intervala ako je tijelo prije početka djelovanja sile mirovalo?

Rješenje: 4 m/s

**ZADATAK 1.37**

Na kuglicu mase  $10^{-3}$  kg koja se giba brzinom 2 m/s počne djelovati vremenski ovisna sila  $F(t) = F_0 \left(\frac{2t}{T}\right)^2$  u vremenskom intervalu  $0 \leq t \leq T$ ,  $T = 2$  s. Koliki je iznos sile  $F_0$  ako je brzina kuglice na kraju vremenskog intervala pet puta veća od njene brzine na početku intervala?

Rješenje: 3 mN

**1.3 RAD. ENERGIJA. ZAKONI OČUVANJA**

$$\text{Rad stalne sile: } W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \alpha \quad \text{Snaga: } P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\text{Kinetička energija: } E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{Potencijalna energija u gravitacijskom polju Zemlje: } U = mgh$$

$$\text{Zakon očuvanja količine gibanja: } \sum_{i=1}^N p_i = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \text{konst.}$$

$$\text{Savršeno elastični sudar dva tijela: } m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

$$\text{Savršeno neelastični sudar dva tijela: } m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$\text{Zakon očuvanja mehaničke energije: } E_{uk} = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{konst.}$$

**ZADATAK 1.38**

Krenuvši sa stanice tramvaj snage motora 4 kW na kraju pete sekunde svog jednoliko ubrzanog gibanja postigne brzinu 7.2 km/h.

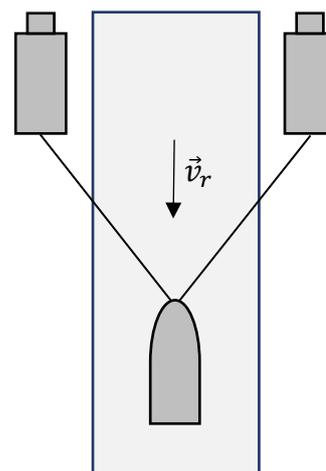
- Kolika je masa tramvaja?
- Koliko se promijenila brzina tramvaja u trećoj sekundi gibanja?
- Koliki je put tramvaj prešao u četvrtoj sekundi gibanja?

Rješenja: a) 10 t; b) 0.40 m/s; c) 1.40 m

**ZADATAK 1.39**

Dva traktora jednakih snaga motora stalnom brzinom užima vuku natovareni čamac suprotno toku rijeke (vidi sliku). Koliki rad utroše traktori na putu dugom 1.5 km ako je napetost svakog užeta 3 kN, a užadi međusobno tvore kut  $60^\circ$ ?

Rješenje: 7.784 MJ

**ZADATAK 1.40**

Žena mase 50 kg utroši 4 kcal energije sadržane u hrani za svaku kcal obavljenog rada. Koliku energiju treba sadržavati hrana da bi ona u potpunosti bila utrošena za uspinjanje žene na brdo visoko 1.5 km?

Pretpostavka je da se energija troši samo za uspinjanje. Rezultat izrazite u megadžulima.

Rješenje: 2.943 MJ

### ZADATAK 1.41

Čovjek mase 80 kg laganim se hodom popne iz Zagreba na Sljeme. Pritom on izgubi 28 g više na svojoj tjelesnoj masi nego kad bi propješačio jednaku udaljenost lagano hodajući Zagrebom. Kolika je nadmorska visina Zagreba ako je nadmorska visina Sljemena 1035 m?

Napomene:

*Jedan kilogram masnoga tkiva može dati oko 6000 kcal energije upotrebljive ljudskom organizmu.  
1 cal = 4.186 J*

Rješenje: 138.91 m

### ZADATAK 1.42

Harmonijsko titranje utega na opruzi konstante 20 N/m opisano je jednadžbom:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad \varphi = 0.$$

Kolika je frekvencija titranja utega ako je sekundu nakon početka titranja njegova kinetička energija 25 mJ?

Rješenje: 0.17 Hz

### ZADATAK 1.43

Plastelinska kuglica mase 300 g, koja se giba brzinom 14.4 km/h, sudari se s drugom mirnom plastelinskom kuglicom jednake mase. Koliki se dio energije pri sudaru kuglica pretvorio u toplinu ako je sudar bio centralan i savršeno neelastičan?

Rješenje: 1.20 J

### ZADATAK 1.44

Kolikom se brzinom giba deutron (jezgra deuterija), nastao savršeno neelastičnim centralnim sudarom protona i neutrona, ako se proton prije sudara gibao brzinom  $7 \cdot 10^6$  m/s, a neutron  $3 \cdot 10^6$  m/s u suprotnom smjeru? Masa neutrona 1.0012 puta je veća od mase protona.

Defekt mase zanemarivo je malen.

Rješenje:  $2 \cdot 10^6$  m/s

### ZADATAK 1.45

Bomba mase 5 kg raspadne se na tri dijela. Prvi dio mase 1 kg giba se brzinom 5 m/s, a drugi dio mase 2 kg giba se brzinom 10 m/s u suprotnom smjeru. Kolika je brzina gibanja trećeg dijela ako se on giba duž istog pravca kao prva dva dijela bombe?

Rješenje: 7.50 m/s

### ZADATAK 1.46

Plastelinska kuglica, koja se giba se stalnom brzinom 4 m/s od zapada prema istoku, sudari se s drugom plastelinskom kuglicom dva puta manje mase koja se giba jednakom brzinom od juga prema sjeveru. Kolika je brzina tijela nastalog savršeno neelastičnim centralnim sudarom plastelinskih kuglica?

Rješenje: 2.98 m/s

**ZADATAK 1.47**

Plastelinska kuglica mase  $M$ , koja se giba od jugoistoka prema sjeverozapadu\* brzinom  $1 \text{ m/s}$ , sudari se s drugom plastelinskom kuglicom mase  $m = M/2$  koja se giba jednakom brzinom od sjevera prema jugu.

- Kolika je brzina tijela nastalog savršeno neelastičnim sudarom plastelinskih kuglica?
- Koliki kut tvori vektor brzine tijela nastalog savršeno neelastičnim sudarom plastelinskih kuglica sa smjerom istok–zapad?

Napomena:

\* brzina plastelinske kuglice mase  $M$  prije sudara tvori kut  $45^\circ$  sa smjerom istok–zapad

Rješenja: a)  $0.45 \text{ m/s}$ ; b)  $16.3^\circ$

**ZADATAK 1.48**

Staklena kuglica, koja se giba brzinom  $1 \text{ m/s}$ , sudari se s drugom mirnom staklenom kuglicom dva puta manje mase. Nakon savršeno elastičnog centralnog sudara, smjer brzine kuglice veće mase otklonjen je za  $30^\circ$  u odnosu na njen smjer prije sudara. Kolika je brzina kuglice manje mase nakon sudara ako se kuglica veće mase nakon sudara giba brzinom  $2 \text{ m/s}$ ?

Rješenje:  $2.48 \text{ m/s}$

**ZADATAK 1.49**

Najviša točka iznad tla koju dosegne dječak pri ljuljanju na ljuljački je  $2.5 \text{ m}$ , a najniža  $1 \text{ m}$ . Kolika je najveća brzina koju dječak postiže za vrijeme ljuljanja?

Otpor zraka zanemarivo je malen. Rezultat izrazite u  $\text{km/h}$ .

Rješenje:  $5.42 \text{ m/s}$

**ZADATAK 1.50**

U dječjem je vrtiću o plafon sobe ovješena lopta na užetu duljine  $100 \text{ cm}$  i zanemarivo malene mase. Kolikom najmanjom brzinom u horizontalnom smjeru dijete treba udariti loptu da:

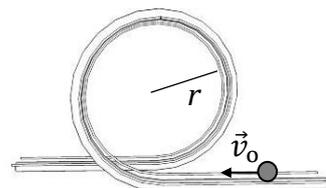
- ona udari o plafon?
- se uže otkloni za  $35^\circ$  u odnosu na prvotni položaj?

Rješenja: a)  $4.43 \text{ m/s}$ ; b)  $1.88 \text{ m/s}$

**ZADATAK 1.51**

Žlijeb savijen u krug polumjera  $r = 1 \text{ m}$  postavljen je vertikalno u gravitacijskom polju Zemlje (vidi sliku). Kolika treba biti najmanja brzina  $v_0$  kuglice koja ulazi u kružnu petlju da bi ona njome prošla ne gubeći pritom dodir s podlogom?

Trenje kuglice i žlijeba zanemarivo je maleno.



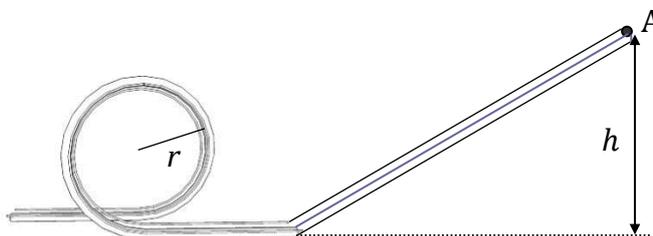
Rješenje:  $7 \text{ m/s}$

**ZADATAK 1.52**

Žlijeb, koji se sastoji od kružne petlje polumjera  $r = 200$  cm i kosine visine  $h$ , postavljen je vertikalno u gravitacijskom polju Zemlje (vidi sliku). Kolika treba biti najmanja visina  $h$  točke A na nagnutoj ravnini s koje treba ispustiti kuglicu da ona prođe kružnom petljom ne gubeći pritom dodir s podlogom?

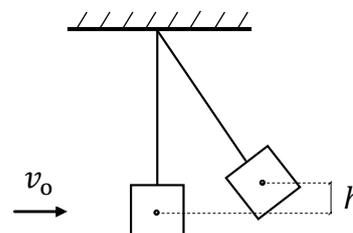
Trenje kuglice i žlijeba zanemarivo je maleno.

Rješenje: 5 m

**ZADATAK 1.53**

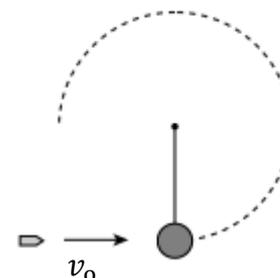
Ispaljen horizontalno iz pištolja metak mase 25 g zabije se u drveni blok mase 3 kg koji je u gravitacijskom polju Zemlje ovješeno o nit zanemarivo malene mase. Kolikom je brzinom metak ispaljen ako se centar mase drvenog bloka nakon savršeno neelastičnog sudara s metkom popne na visinu 4.2 cm u odnosu na prvotni položaj (vidi sliku)?

Rješenje: 109.84 m/s

**ZADATAK 1.54**

Kugla mase 2 kg pričvršćena je za užu zanemarivo malene mase i duljine 50 cm čiji je drugi kraj učvršćen tako da se kugla može okretati u vertikalnoj ravnini. Metak mase 0.04 kg dolijeće brzinom  $v_0$  u horizontalnom smjeru prema kugli (vidi sliku) i prolazi kroz nju. Nakon prolaska kroz kuglu, brzina metka iznosi 10% njegove početne brzine  $v_0$ . Kolika treba biti najmanja početna brzina metka  $v_0$  tako da kugla nakon sudara s metkom napravi puni krug u vertikalnoj ravnini?

Rješenje: 275 m/s

**ZADATAK 1.55**

Gumena loptica slobodno padne na tlo s vrha zgrade visoke 20 m. Udarivši o tlo, loptica odskoči vertikalno uvis brzinom koja je 20% manja od brzine kojom je pala na tlo. Na koliku će se visinu iznad tla loptica popeti nakon odskoka?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 12.80 m

**ZADATAK 1.56**

Gumena loptica mase 80 g slobodno padne na pod sa stola visine  $H$ . Pri svakom odskoku od poda loptica dosegne visinu koja je za 25% manja od visine s koje je pala. Kolika je visina stola  $H$  ako se nakon tri odskoka loptice o pod u toplinu pretvorilo 363 mJ početne energije loptice na visini  $H$ ?

Rješenje: 80 cm

## 1.4 GIBANJE TIJELA U GRAVITACIJSKOM POLJU ZEMLJE

OPĆENITI SLUČAJ (KOSI HITAC S VISINE,  $y \uparrow$ ):

$$x = x_0 + v_0 \cos \theta t \quad v_x = v_0 \cos \theta$$

$$y = y_0 + v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

1) SLOBODNI PAD ( $x_0 = y_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$ ,  $\theta = 270^\circ$ ,  $y \downarrow$ ):

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad v_y = gt$$

2) HORIZONTALNI HITAC ( $x_0 = y_0 = 0$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $y \downarrow$ ):

$$x = v_0 t \quad v_x = v_0 \quad y = \frac{1}{2}gt^2 \quad v_y = gt$$

3) VERTIKALNI HITAC UVIS ( $x_0 = y_0 = 0$ ,  $\theta = 90^\circ$ ,  $y \uparrow$ ):

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v_y = v_0 - gt$$

4) VERTIKALNI HITAC NADOLJE ( $x_0 = y_0 = 0$ ,  $\theta = 270^\circ$ ,  $y \downarrow$ ):

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \quad v_y = v_0 + gt$$

5) KOSI HITAC S TLA ( $x_0 = y_0 = 0$ ,  $y \uparrow$ ):

$$x = v_0 \cos \theta t \quad v_x = v_0 \cos \theta$$

$$y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

### ZADATAK 1.57

Kapljica vode odvojila se od oluka na vrhu zgrade visoke 50 m i slobodno pala na tlo.

a) Na kolikoj je visini iznad tla bila kapljica nakon pola vremena trajanja njenog slobodnog pada?

b) Koliki je put kapljica prešla tijekom druge sekunde pada?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 37.50 m; b) 14.72 m

### ZADATAK 1.58

Nakon odmrzavanja šiljak leda slobodno padne s oluka na vrhu zgrade. Kolika je visina zgrade ako je šiljak leda posljednjih 15 m svog slobodnog pada prešao za 0.4 s?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 79.37 m

### ZADATAK 1.59

Koliko je dubok bunar ako od trenutka kad se u njega ispusti kamen pa do trenutka kad se čuje udarac kamena o vodu prođe 7.5 s?

Brzina zvuka u zraku je 340 m/s. Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 228.65 m

### ZADATAK 1.60

Kapljice kiše padaju s krova kuće u pravilnim vremenskim intervalima od 0.2 s. Kolika je udaljenost između

- a) prve i druge;
- b) druge i treće;
- c) treće i četvrte

kapljice 2 s nakon pada prve kapljice?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 3.73 m; b) 3.34 m; c) 2.94 m

### ZADATAK 1.61

Dječak ispusti kamen sa šesnaestog kata nebodera. Sekundu poslije, djevojčica ispusti staklenu kuglicu sa četvrtog kata istog nebodera koji se nalazi 30 m niže od šesnaestog kata. Na kolikoj se visini iznad tla nalazi šesnaesti kat nebodera ako kamen i kuglica na tlo padnu istodobno?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 62.10 m

### ZADATAK 1.62

Ključ i kvačica slobodno padaju s različitih katova visokog nebodera i istodobno padnu na tlo. Na kolikoj je udaljenosti od tla bila kvačica kad je ključ tek počeo padati ako je vrijeme pada ključa bilo 1 s, a kvačice 2 s?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 14.72 m

### ZADATAK 1.63

Komad fasade slobodno pada s vrha nebodera. U nekom trenutku komad fasade spazi promatrač na jedanaestom katu nebodera koji se nalazi na visini 35 m iznad tla. Sekundu poslije, komad fasade spazi promatrač na šestom katu nebodera koji se nalazi 15 m niže od jedanaestog kata.

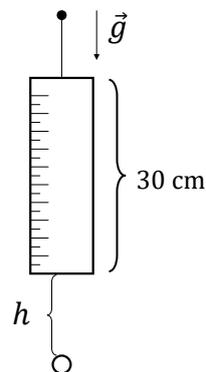
- a) Kolika je visina nebodera?
- b) Kolika je brzina komada fasade kad se on nalazio na jedanaestom katu nebodera?
- c) Kolika je brzina komada fasade kad se on nalazio na šestom katu nebodera?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 40.19 m; b) 10.09 m/s; c) 19.90 m/s

**ZADATAK 1.64**

Ravnalo duljine 30 cm vertikalno je ovješeno o zid na tankoj nerastezljivoj niti zanemarivo malene mase (vidi sliku). Ispod ravnala, na udaljenosti  $h$  od njegovog donjeg ruba, nalazi se mala rupica u zidu zanemarivo malenog promjera. Kolika je duljina  $h$  ako ravnalo, nakon što nit pukne, tijekom svog slobodnog pada prekriva rupicu u vremenskom intervalu od 0.1 s?



Rješenje: 32.10 cm

**ZADATAK 1.65**

Na zabavi povodom položenog zahtjevnog ispita na stolu se nalazi promućkana boca pjenušca. Odjednom, iz grla boce, koje se nalazi na visini 120 cm iznad poda, izleti čep vertikalno uvis početnom brzinom 72 km/h.

- Nakon koliko će vremena od izlijetanja čep pasti na pod?
- Nakon koliko će vremena od izlijetanja čep ponovno biti na visini grla boce?
- Nakon koliko će vremena od izlijetanja čep pri padu biti na visini 4.2 m iznad poda?
- Koliku će najveću visinu čep postići u odnosu na pod?
- Kolika će biti brzina čepa pri padu na visini grla boce?
- Kolikom će brzinom čep udariti o pod?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 4.14 s; b) 4.08 s; c) 3.92 s; d) 21.59 m; e) 20 m/s; f) 20.58 m/s

**ZADATAK 1.66**

Lopta mase 250 g izbačena je vertikalno uvis s vrha zgrade visoke 10 m.

- Kolikom je početnom brzinom lopta izbačena ako je najveća visina koju ona dosegne u odnosu na tlo 18 m?
- Kolika je kinetička energija lopte sekundu nakon njenog izbačaja?
- Kolika je gravitacijska potencijalna energija lopte u odnosu na tlo 2 s nakon njenog izbačaja?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 12.53 m/s; b) 0.92 J; c) 37.86 J

**ZADATAK 1.67**

Kuglica privezana na tanku nerastezljivu nit duljine 70 cm i zanemarivo malene mase jednoliko kruži u vertikalnoj ravnini u gravitacijskom polju Zemlje tako da se okrene 90 puta u minuti. Na koliku će se najveću visinu iznad tla kuglica popeti kad nit pukne ako je u trenutku pucanja niti kuglica bila na visini 1 m iznad tla, a obodna brzina kuglice bila usmjerena vertikalno prema gore?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 3.22 m

### ZADATAK 1.68

Koliko je vrijeme potrebno da svjetleća raketa izbačena s tla vertikalno uvis brzinom 50 m/s

- a) prvi put;
- b) drugi put

bude na visini 15 m iznad tla?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 0.31 s; b) 9.88 s

### ZADATAK 1.69

S vrha zgrade istodobno su izbačeni lopta vertikalno uvis brzinom 18 km/h i kamen vertikalno nadolje jednakom brzinom. Kamen udari o tlo 5 s nakon izbačaja.

a) Nakon koliko je vremena od izbačaja međusobna udaljenost lopte i kamena bila jednaka desetini visine zgrade?

b) Kolika je masa lopte ako je njena gravitacijska potencijalna energija u odnosu na tlo iznosila 730.4 J kad je ona bila u najvišoj točki svoje putanje?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 1.48 s; b) 0.50 kg

### ZADATAK 1.70

S vrha zgrade visoke 60 m izbačen je kamen mase 200 g vertikalno nadolje brzinom 18 km/h.

a) Kolikom će brzinom kamen udariti o tlo?

b) Na kolikoj je visini iznad tla kamen u trenutku kad protekne polovina vremena trajanja hica kamena?

c) Nakon koliko će vremena od izbačaja gravitacijska potencijalna energija kamena u odnosu na tlo iznositi 59.6 J?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 34.67 m/s; b) 41.22 m, c) 2 s

### ZADATAK 1.71

Kolikom je brzinom potrebno izbaciti kamen vertikalno nadolje da bi on pao s vrha zgrade visoke 25 m na tlo sekundu prije nego kad bi slobodno padao s vrha iste zgrade?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 13.71 m/s

### ZADATAK 1.72

S vrha zgrade visoke 50 m izbačen je kamen vertikalno nadolje brzinom 18 km/h. Nakon koliko će vremena od izbačaja kinetička energija kamena biti jednaka njegovoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji u odnosu na površinu Zemlje?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 1.78 s

### ZADATAK 1.73

Za vrijeme novogodišnjeg slavlja čovjek iz pištolja ispali metak vertikalno uvis brzinom 252 km/h. Sekundu poslije, s istog mjesta čovjek ispali drugi metak na isti način, jednakom brzinom. Na kolikoj će se udaljenosti iznad mjesta ispaljivanja meci sudariti?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 248.52 m

### ZADATAK 1.74

Domest mlaza vode iz šmrka usmjerenog horizontalno na visini 5 m iznad tla je 17.3 m. Kolikom brzinom mlaz vode udara o tlo?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 19.79 m/s

### ZADATAK 1.75

Snop atoma srebra kinetičke energije 612.5 eV horizontalno izlijeće iz izvora u gravitacijskom polju Zemlje. Koliko će nanometara niže biti snop nakon što on u horizontalnom smjeru prijeđe put 5 m od izvora?

Atomska masa srebra je 108.

Rješenje: 112.2 nm

### ZADATAK 1.76

Lopta izbačena horizontalno s vrha zgrade udari o vertikalni zid koji se nalazi na udaljenosti 10 m od mjesta izbačaja lopte. Visina mjesta na koje je lopta udarila 2 m je manja od visine mjesta s kojeg je lopta izbačena.

- Kolikom je brzinom lopta izbačena?
- Kolikom je brzinom lopta udarila o zid?
- Pod kolikim je kutom u odnosu na zid lopta udarila o zid?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 15.66 m/s; b) 16.87 m/s; c) 68.2°

### ZADATAK 1.77

Dvije jednake kuglice istodobno su i iz iste točke horizontalno izbačene s vrha tornja jednakim brzinama iznosa 15 m/s, ali u međusobno suprotnim smjerovima. Kolika će biti međusobna udaljenost kuglica u trenutku kad će vektori brzina kuglica biti međusobno okomiti?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 45.87 m

### ZADATAK 1.78

Nogometaš šutne loptu s tla brzinom 90 km/h pod kutom  $50^\circ$  u odnosu na površinu Zemlje. Hoće li lopta prijeći zid visok 18 m koji je na udaljenosti 40 m od mjesta izbačaja lopte?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: neće,  $y = 17.28$  m

### ZADATAK 1.79

Lopta izbačena s balkona brzinom 36 km/h pod kutom  $40^\circ$  u odnosu na površinu Zemlje padne na udaljenosti 13.8 m od mjesta izbačaja.

a) Kolika je visina balkona?

b) Koliku je najveću visinu u odnosu na površinu Zemlje lopta dosegla tijekom svog gibanja?

c) Kolikom je brzinom lopta udarila o tlo?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 4.34 m; b) 6.45 m; c) 13.61 m/s

### ZADATAK 1.80

Svijetleća raketa mase 170 g ispaljena je s tla brzinom  $v_0$  pod kutom  $\alpha$  u odnosu na površinu Zemlje.

a) Koliku je najveću visinu raketa dosegla tijekom svog gibanja ako je ona pala na tlo 3.5 s nakon ispaljivanja?

b) Kolika je bila gravitacijska potencijalna energija rakete u odnosu na tlo sekundu prije njenog udarca o tlo?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 15.02 m; b) 20.45 J

### ZADATAK 1.81

Za vrijeme novogodišnjeg vatrometa s balkona nebodera ispaljena je raketa brzinom 30 m/s pod kutom  $45^\circ$  u odnosu na površinu Zemlje.

a) Kolika je visina balkona ako je sekundu nakon ispaljivanja kinetička energija rakete bila jednaka njenoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji u odnosu na površinu Zemlje?

b) Kolikom je brzinom raketa udarila o tlo?

Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 13.25 m; b) 34.07 m/s

### ZADATAK 1.82

Zrakoplov bombarder leti horizontalno brzinom 720 km/h na visini 1 km iznad površine Zemlje. U trenutku kad je zrakoplov bio iznad protuavionskog topa pripadnika oružanih obrambenih snaga iz topa je ispaljena granata početnom brzinom 400 m/s. Pod kolikom kutom u odnosu na površinu Zemlje pripadnici oružanih obrambenih snaga trebaju ispaliti granatu iz topa da ona pogodi zrakoplov?

Rješenje:  $60^\circ$

### ZADATAK 1.83

Kolikom brzinom treba ispaliti granatu iz protutenkovskog topa pod kutom  $30^\circ$  u odnosu na površinu Zemlje da bi ona pogodila tenk koji se giba po tlu stalnom brzinom 36 km/h prema topu? U trenutku ispaljivanja granate tenk je bio na udaljenosti 8 km od topa. Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje: 295.31 m/s

### ZADATAK 1.84

Pod kolikom je kutom u odnosu na površinu Zemlje potrebno izbaciti loptu s tla da bi ona postigla  
a) dva puta;  
b) tri puta  
veću maksimalnu visinu nego kad bi bila izbačena na isti način, jednakom brzinom, pod kutom  $30^\circ$  u odnosu na površinu Zemlje?  
Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenja: a)  $45^\circ$ ; b)  $60^\circ$

### ZADATAK 1.85

S vrha zgrade visoke 50 m izbačena je lopta brzinom 5 m/s pod kutom  $30^\circ$  u odnosu na površinu Zemlje. Sekundu poslije, s istog je mjesta vertikalno uvis izbačena druga lopta dva puta većom brzinom. Kolika je međusobna udaljenost lopti 2 s nakon izbačaja prve lopte?  
Otpor zraka zanemarivo je malen.

Napomena:

Udaljenost dviju točki u ravnini dana je izrazom:  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .

Rješenje: 21.53 m

### ZADATAK 1.86

Pod kolikom je najmanjim kutom u odnosu na površinu Zemlje potrebno iz topa izbaciti topovsku granatu početnom brzinom 500 m/s da bi ona bila prebačena preko brda visokog 100 m koje je udaljenosti 2 km od mjesta izbačaja?  
Otpor zraka zanemarivo je malen.

Rješenje:  $5.1^\circ$

## 1.5 MEHANIKA FLUIDA

### 1.5.1 Tlakovi u tekućini

$$\text{Hidrostatski tlak: } p = \rho gh \quad \text{Hidraulički tlak: } p = \frac{F}{S} \quad \text{Daltonov zakon: } \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

---

#### ZADATAK 1.87

U podvodnom dijelu broda na dubini 3 m ispod površine vode nastao je otvor površine 5 cm<sup>2</sup>. Kolikom najmanjom silom treba djelovati na otvor da bi se spriječilo prodiranje vode u podvodni dio broda?

Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 14.72 N

#### ZADATAK 1.88

Posuda oblika valjka visine 2 m u potpunosti je ispunjena vodom. Kolika sila djeluje na čep umetnut u kružni otvor polumjera 2 cm koji je na visini 50 cm od dna posude?

Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 18.48 N

#### ZADATAK 1.89

Na kolikoj će dubini u vodi mjehurić zraka biti dva puta manjeg promjera nego na površini vode?

Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>. Atmosferski tlak je 760 mmHg.

Pretpostavka je da se temperatura vode ne mijenja s dubinom.

Rješenje: 72.30 m

#### ZADATAK 1.90

Koliko je dubok rudnik u kojem je stupac žive u barometru visok 82 cm ako je stupac žive u istom barometru na površini Zemlje visok 78 cm?

Gustoće žive je 13.6 g/cm<sup>3</sup>, a zraka 1.293 kg/m<sup>3</sup>.

Rješenje: 420.43 m

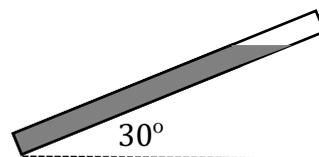
#### ZADATAK 1.91

Barometarska cijev ispunjena živom nagnuta je prema horizontalnoj ravnini pod kutom 30° (vidi sliku). Kolika je duljina stupca žive u cijevi pri tlaku zraka:

a) 745 mmHg;

b) 1033.5 hPa.

Rješenja: a) 1.49 m; b) 1.55 m



### ZADATAK 1.92

Pretpostavka je da astronaut na Mjesecu treba transfuziju krvi. Na koliku najmanju visinu iznad astronauta treba postaviti vrećicu s krvnom plazmom da bi se ona kroz cjevčicu ubrizgala u njegovu venu u kojoj je krvni tlak  $1.5 \cdot 10^4$  Pa?

Masa Mjeseca je 0.012 mase Zemlje, a polumjer Mjeseca je 0.273 polumjera Zemlje. Gustoća krvne plazme je  $1.05 \text{ g/cm}^3$ . Viskoznost krvne plazme zanemarivo je malena.

Rješenje: 9.04 m

### ZADATAK 1.93

U posudu oblika valjka najprije se ulije živa gustoće  $13.6 \text{ g/cm}^3$ , a zatim voda gustoće  $1 \text{ g/cm}^3$  tako da je visina stupca obje tekućine 29.2 cm. Koliki je tlak kojim tekućine djeluju na dno posude ako je težina stupca žive jednaka težini stupca vode?

Pretpostavka je da se živa i voda međusobno ne miješaju.

Rješenje: 53.37 hPa

### ZADATAK 1.94

U dvije otvorene spojene posude različitih presjeka ulije se živa, a zatim se u širu posudu površine presjeka  $5 \text{ cm}^2$  dolije 300 g vode. Kolika je razlika razina žive u posudama?

Gustoća žive je  $13.6 \text{ g/cm}^3$ . Pretpostavka je da se tekućine međusobno ne miješaju.

Rješenje: 4.41 cm

### ZADATAK 1.95

U U–cijev jednakih otvorenih krakova kružnog presjeka ulije se živa, a zatim se u jedan krak cijevi dolije 60 g alkohola. Koliki je promjer krakova U–cijevi ako je razlika razina žive u kracima cijevi 1.4 cm?

Gustoća žive je  $13.6 \text{ g/cm}^3$ . Pretpostavka je da se tekućine međusobno ne miješaju.

Rješenje: 2 cm

### ZADATAK 1.96

U U–cijev jednakih otvorenih krakova najprije se ulije živa, a zatim se u jedan krak cijevi ulije tekućina A visine stupca 20 cm, a u drugi krak tekućina B jednake visine stupca kao tekućina A. Kolike su gustoće tekućina A i B ako je razlika razina žive u kracima cijevi 4 mm?

Gustoća žive je  $13.6 \text{ g/cm}^3$ , a gustoća tekućine B 20% je veća od gustoće tekućine A. Pretpostavka je da se tekućine međusobno ne miješaju.

Rješenje:  $1360 \text{ kg/m}^3$ ,  $1632 \text{ kg/m}^3$

**ZADATAK 1.97**

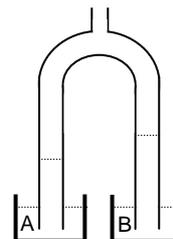
U U-cijev jednakih otvorenih krakova najprije se ulije se živa, pa se u jedan krak cijevi dolije stupac vode visine 20 cm, a zatim se oba kraka do vrha napune uljem. Kolika je razlika razina žive u kracima cijevi?

Gustoće vode, žive i ulja redom su  $1 \text{ g/cm}^3$ ,  $13.6 \text{ g/cm}^3$  i  $0.9 \text{ g/cm}^3$ .  
Pretpostavka je da se tekućine međusobno ne miješaju.

Rješenje: 1.57 mm

**ZADATAK 1.98**

Dva otvorena kraka U-cijevi urone se u dvije posude, A i B, u kojima su različite tekućine (vidi sliku). Ispiše li se kroz otvor na gornjem kraju cijevi nešto zraka, tekućina iz posude A digne se na visinu 10 cm u jednom kraku cijevi, a tekućina iz posude B digne se na visinu 12 cm u drugom kraku cijevi. Kolika je gustoća tekućine u posudi B ako je tekućina u posudi A voda gustoće  $1 \text{ g/cm}^3$ ?



Rješenje:  $833.3 \text{ kg/m}^3$

**ZADATAK 1.99**

U spremniku injekcijske šprice oblika valjka je otopina cjepiva. Najmanja sila potrebna za ubrizgavanje otopine u venu pacijenta u kojoj je krvni tlak  $11.5 \text{ mmHg}$  iznosi  $481.7 \text{ mN}$ . Kolika se najmanja sila treba primijeniti na pokretni klip u spremniku injekcijske šprice da bi se otopina cjepiva ubrizgala u venu pacijenta u kojoj je krvni tlak  $13 \text{ mmHg}$ ?

Rješenje:  $544.5 \text{ mN}$

**ZADATAK 1.100**

Injekcijska šprica sastoji se od spremnika s pokretnim klipom oblika valjka unutarnjeg promjera  $1.5 \text{ cm}$  i igle unutarnjeg promjera  $0.8 \text{ mm}$ . U spremniku injekcijske šprice je otopina penicilina. Kolika se najmanja sila treba primijeniti na kraju igle da bi se spriječilo istjecanje penicilina iz injekcijske šprice kad se na pomični klip primijeni sila iznosa  $4 \text{ N}$ ?

Rješenje:  $11.4 \text{ mN}$

**1.5.2 Uzgon**

$$\text{Uzgon: } F_u = \rho g V_{udt}$$

**ZADATAK 1.101**

Koliki je volumen sante leda koja pliva u moru tako da je  $195 \text{ m}^3$  njenog volumena iznad površine mora?

Gustoća morske vode je  $1.03 \text{ g/cm}^3$ , a leda  $0.9 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $1545 \text{ m}^3$

### ZADATAK 1.102

U staklenu šuplju kuglu mase 1 g uliveno je  $2.39 \text{ cm}^3$  žive. Koliki je promjer kugle ako ona pliva u vodi tako da je 25% njenog volumena izvan vode?

Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ , a žive  $13.6 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje: 4.40 cm

### ZADATAK 1.103

Plastična čaša mase 100 g uronjena je u vodu tako da je četvrtina njenog volumena pod vodom. Koliko se ulja može uliti u čašu, a da čaša ne potone?

Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ , a ulja  $0.9 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $3.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$

### ZADATAK 1.104

Koliki je omjer volumena lipida i proteina u česticama lipoproteina ako one slobodno lebde u krvnoj plazmi gustoće  $1.006 \text{ g/cm}^3$ ?

Gustoća lipida je  $0.92 \text{ g/cm}^3$ , a proteina  $1.35 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje: 4

### ZADATAK 1.105

U smjesi nastaloj miješanjem vode i alkohola u omjeru volumena 1:5 pliva lopta mase 250 g tako da je 80% volumena lopte izvan smjese. Koliki je promjer lopte?

Gustoća vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , a alkohola  $790 \text{ kg/m}^3$ .

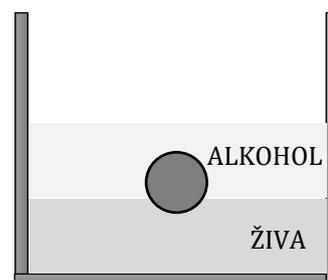
Rješenje: 14.25 cm

### ZADATAK 1.106

Lopta pliva na površini žive u posudi tako da je 20% njenog volumena uronjeno u živu. Koliki će postotak volumena lopte biti uronjen u živu ako se preko lopte u posudi prelije alkohol tako da je ona u potpunosti prekrivena alkoholom (vidi sliku)?

Gustoća alkohola je  $0.8 \text{ g/cm}^3$ , a žive  $13.6 \text{ g/cm}^3$ .

Pretpostavka je da se tekućine međusobno ne miješaju.



Rješenje: 15%

### ZADATAK 1.107

Koliku energiju treba utrošiti ronilac mase 70 kg da zaroni do dna jezera dubine 15 m?

Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ . Prosječna gustoća ljudskog tijela je  $0.97 \text{ kg/dm}^3$ .

Rješenje: 318.57 J

### ZADATAK 1.108

Koliku silu treba primijeniti spasilac na davljenika mase 60 kg da bi glava davljenika bila iznad vode?

Masa glave davljenika je 10% njegove tjelesne mase.

Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ . Prosječna gustoća ljudskog tijela je  $0.97 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje: 42.48 N

### ZADATAK 1.109

Loptica za stolni tenis, polumjera 1.5 cm i mase 5 g, uroni se u vodu na dubinu 30 cm. Kolikom će brzinom loptica iskočiti iz vode kad se ona ispusti?

Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ . Otpor vode zanemarivo je malen.

Rješenje: 3.28 m/s

### ZADATAK 1.110

Najveća masa kojom se splav napravljena od hrastovih balvana može opteretiti, a da pritom ne potone je 611 kg. Koliki je najmanji broj balvana u splavi ako je masa svakog od njih 122 kg?

Gustoća vode je  $1.0 \text{ g/cm}^3$ , a hrastovog drveta  $0.8 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje: 21

### ZADATAK 1.111

a) Koliko centimetara visine sante leda oblika kvadra dimenzija  $0.5 \text{ m} \times 6.0 \text{ m} \times 4.0 \text{ m}$  (vidi sliku) viri iznad površine mora?

b) Koliko najviše polarnih medvjeda mase 700 kg može stajati na santi da im se noge ne smoče?

Gustoća leda je  $900 \text{ kg/m}^3$ , a mora  $1030 \text{ kg/m}^3$ .

Rješenja: a) 6.31 cm; b) 2.23 (2 polarna medvjeda)



### ZADATAK 1.112

Šuplja lopta unutarnjeg polumjera 4.5 cm i vanjskog polumjera 5.0 cm pliva u tekućini gustoće  $0.88 \text{ g/cm}^3$  tako da je polovina lopte uronjena u tekućinu.

a) Kolika je gustoća tvari od koje je izrađena lopta?

b) Kolika bi trebala biti gustoća tekućine u kojoj bi lopta lebdjela?

Rješenja: a)  $1623.6 \text{ kg/m}^3$ ; b)  $440.0 \text{ kg/m}^3$

### ZADATAK 1.113

Šuplja kugla vanjskog polumjera 8 cm i aluminijskih stijenki debljine 3 cm ispunjena je plutom. Kolika je gustoća tekućine u kojoj kugla pliva tako da je četvrtina kugle izvan tekućine?

Gustoća aluminijske stijene je  $2.7 \text{ g/cm}^3$ , a pluta  $0.2 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $2786.2 \text{ kg/m}^3$

### ZADATAK 1.114

Težina staklene kuglice u zraku je 1.40 N, a u vodi 0.84 N. Kolika je gustoća stakla od kojeg je kuglica napravljena?

Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ , a zraka  $1.293 \text{ kg/m}^3$ . Uzgon u zraku nije zanemarivo malen.

Rješenje:  $2498.6 \text{ kg/m}^3$

### ZADATAK 1.115

Uroni li se tijelo u potpunosti u tekućinu A, njegova je težina 75.0 N. Uroni li se tijelo u potpunosti u tekućinu B, ono teži 62.5 N. Uroni li se tijelo u potpunosti u smjesu tekućina A i B, težina mu je 70.0 N. Koliki je omjer volumena tekućina A i B u njihovoj smjesi?

Pretpostavka je da pri miješanju tekućina ne dolazi do kemijskih reakcija između njih.

Rješenje: 1.5

### ZADATAK 1.116

Na jednoj zdjelici dvokrake vage u zraku je srebreni predmet mase 10.5 g, a na drugoj zdjelici je stakleni predmet mase 13.0 g. Koji će predmet prevagnuti uroni li se vaga u potpunosti u vodu gustoće  $1 \text{ g/cm}^3$ ?

Gustoća srebra je  $10.5 \text{ g/cm}^3$ , a stakla  $2.5 \text{ g/cm}^3$ . Uzgon u zraku zanemarivo je malen.

Rješenje:  $F_{\text{srebro}} = 93.2 \text{ mN} > F_{\text{staklo}} = 76.5 \text{ mN}$

### ZADATAK 1.117

"Zlatna" medalja napravljena od legure zlata i bakra u zraku je teška 0.49 N, a u alkoholu 0.46 N. Kolika je masa zlata, a kolika masa bakra u "zlatnoj" medalji?

Gustoće zlata, bakra i alkohola redom su  $19.30 \text{ g/cm}^3$ ,  $8.96 \text{ g/cm}^3$  i  $0.79 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje: 28.5 g, 21.5 g

### ZADATAK 1.118

Koliki je volumen balona napunjenog helijem ako on lebdi u zraku temperature  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  i gustoće  $1.191 \text{ kg/m}^3$ ?

Molarna masa helija je  $4 \text{ g/mol}$ . Tlak zraka je  $101325 \text{ Pa}$ . Masa balona i opreme u njemu je  $390 \text{ kg}$ . Volumen praznog balona i opreme zanemarivo je malen.

Pretpostavka je da se helij ponaša kao idealni plin. Jednadžba stanja idealnog plina je  $pV = nRT$ .

Rješenje:  $380.60 \text{ m}^3$

### ZADATAK 1.119

Balon s košarom za teret ukupne mase  $200 \text{ kg}$  spušta se stalnom brzinom. Kolika je masa tereta kojeg je potrebno izbaciti iz košare balona da bi se on počeo dizati jednakom stalnom brzinom kojom se spuštao?

Sila uzgona na balon je  $1.8 \text{ kN}$ . Sila otpora zraka nije zanemarivo malena.

Rješenje:  $33.03 \text{ kg}$

### 1.5.3 Površinska napetost. Kapilarnost

$$\text{Površinska napetost: } \gamma = \frac{F}{L} = \frac{\Delta W}{\Delta S}$$

$$\text{Visina na koju se digne/spusti tekućina u kapilari: } h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$$

#### ZADATAK 1.120

Mjehur od sapunice promjera 5 cm napuše se u mjehur većeg promjera. Koliki je promjer većeg mjehura ako je za napuhavanje mjehura utrošen rad 0.8 mJ?

Površinska napetost sapunice je 0.025 N/m.

Rješenje: 11.26 cm

#### ZADATAK 1.121

Rad utrošen da se manji mjehur od sapunice promjera  $d$  napuše u veći mjehur promjera  $D$  iznosi 37.7 mJ. Koliki je bio promjer manjeg mjehura  $d$  prije napuhavanja, a koliki je promjer većeg mjehura  $D$  poslije napuhavanja ako je volumen većeg mjehura 8 puta veći od volumena manjeg mjehura?

Površinska napetost sapunice je 0.025 N/m.

Rješenje: 40 cm, 80 cm

#### ZADATAK 1.122

Koliki rad treba utrošiti da bi se kapljica žive oblika kugle polumjera 3 mm razbila na dvije manje jednake kapljice?

Površinska napetost žive je 0.465 N/m.

Rješenje:  $1.37 \cdot 10^{-5}$  J

#### ZADATAK 1.123

*Stalagmometar je sprava za određivanje površinske napetosti tekućine, a sastoji se od spremnika i uske kapilare kružnog presjeka. Površinska napetost tekućine određuje se brojanjem kapljica tekućine usisane u stalagmometar koje se otrgnu s ruba kapilare dok sva tekućina ne iscuri iz stalagmometra.*

Usiše li se u stalagmometar određeni volumen vode gustoće  $1 \text{ g/cm}^3$  i površinske napetosti  $0.075 \text{ N/m}$ , s ruba kapilare stalagmometra otrgne se 76 kapljica. Usiše li se u isti stalagmometar jednaki volumen etanola gustoće  $0.88 \text{ g/cm}^3$ , s ruba kapilare stalagmometra otrgne se 228 kapljica. Kolika je površinska napetost etanola?

Napomena:

*Kapljica tekućine otrgne se s ruba kapilare stalagmometra u trenutku kad se njena težina izjednači sa silom površinske napetosti. Duljina kontaktne linije je opseg kapilare kružnog presjeka polumjera  $r$ .*

Rješenje: 0.022 N/m

**ZADATAK 1.124**

Uroni li se staklena kapilara u vodu gustoće  $1 \text{ g/cm}^3$ , razina vode u njoj digne se na visinu 2.5 cm iznad razine okolne vode, a kut kvašenja stijenke kapilare je  $15^\circ$ . Uroni li se ista kapilara u aceton gustoće  $0.792 \text{ g/cm}^3$ , razina acetona u kapilari digne se na visinu 1.4 cm, a kut kvašenja stijenke kapilare je  $13^\circ$ . Kolika je površinska napetost acetona ako je površinska napetost vode  $0.075 \text{ N/m}$ ?

Rješenje:  $0.033 \text{ N/m}$

**ZADATAK 1.125**

Dvije uske staklene kapilare promjera  $d_1 = d$  i  $d_2 = 3d$  urone se u vodu. Koliki su promjeri kapilara  $d_1$  i  $d_2$  ako je razlika razina vode u njima je  $20.4 \text{ mm}$ ?

Površinska napetost vode je  $0.075 \text{ N/m}$ , a gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $1 \text{ mm}, 3 \text{ mm}$

**1.5.4 Viskoznost****PROTJECANJE VISKOZNE TEKUĆINE KROZ KAPILARU**

$$\text{Poiseuilleov zakon: } Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

$$\text{Brzina sloja viskozne tekućine u ovisnosti o njegovom položaju u kapilari: } v = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

**GIBANJE TIJELA U VISKOZKOM MEDIJU**

$$\text{Stokesova formula (sila otpora za tijelo oblika kugle): } F_0 = 6\pi\eta Rv$$

**ZADATAK 1.126**

Osovina nekog stroja podmazuje se uljem gustoće  $0.765 \text{ g/cm}^3$  kroz cjevčicu duljine  $10 \text{ mm}$ , na čijim je krajevima razlika tlakova  $0.305 \text{ mPa}$ . Koliki je promjer cjevčice ako stroj tijekom jednog sata potroši  $0.54 \text{ mm}^3$  ulja?

Koeficijent viskoznosti ulja je  $2.5 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

Rješenje:  $0.84 \text{ mm}$

**ZADATAK 1.127**

Kroz uspravno postavljenu kapilaru Ostwaldovog viskozimetra određeni volumen tekućine A istekne za  $41 \text{ s}$ . Nakon toga, kroz istu kapilaru istekne jednaki volumen tekućine B za  $53 \text{ s}$ .

- Koliko je puta koeficijent viskoznosti tekućine B veći od koeficijenta viskoznosti tekućine A?
- Koliko je puta brzina istjecanja tekućine A veća od brzine istjecanja tekućine B u središtu kapilare?

Gustoća tekućine A je  $1.20 \text{ g/cm}^3$ , a gustoća tekućine B je  $0.95 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenja: a)  $1.02$ ; b)  $1.29$

### ZADATAK 1.128

Na strani posude u kojoj se nalazi glicerol gustoće  $1.3 \text{ g/cm}^3$  horizontalno je utaknuta kapilarna cjevčica duljine  $1.5 \text{ cm}$ . Dolijevanjem se razina glicerola u posudi održava na visini  $18 \text{ cm}$  iznad cjevčice.

- Koliki je promjer cjevčice ako kroz nju istekne  $5 \text{ dm}^3$  glicerola za  $34.67$  sati?
- Kolika je brzina istjecanja glicerola u središtu cjevčice?
- Koliko bi dugo kroz istu cjevčicu pod istim uvjetima istjecala voda volumena  $10 \text{ dm}^3$ ? Koeficijent viskoznosti glicerola je  $1.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , a vode  $10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenja: a)  $2 \text{ mm}$ ; b)  $2.55 \text{ cm/s}$ ; c)  $216.3 \text{ s}$

### ZADATAK 1.129

Pri transfuziji krv teče iz vrećice kroz usku savitljivu cijev do igle koja je ubodena u venu na ruci pacijenta u kojoj je tlak  $12 \text{ mmHg}$ . Na koliku visinu iznad ruke pacijenta treba postaviti vrećicu s krvi da bi kroz iglu duljine  $4 \text{ cm}$  i unutarnjeg promjera  $0.4 \text{ mm}$  protok krvi bio  $4 \text{ cm}^3/\text{min}$ ?

Koeficijent viskoznosti krvi je  $4 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ , a gustoća krvi je  $1.05 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $1.80 \text{ m}$

### ZADATAK 1.130

Koliki je protok krvi kroz kapilaru polumjera  $2 \text{ }\mu\text{m}$  ako je brzina protoka krvi u njenom središtu  $0.66 \text{ cm/s}$ ?

Pretpostavka je da se za protok krvi kroz kapilaru može primijeniti Poiseuilleov zakon.

Rješenje:  $4.15 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

### ZADATAK 1.131

Kolika je brzina protoka krvi u središtu aorte promjera  $1.5 \text{ cm}$  ako srce u nju ubrizgava krv brzinom  $5 \text{ L}$  po minuti?

Pretpostavka je da se za protok krvi kroz aortu može primijeniti Poiseuilleov zakon.

Rješenje:  $0.94 \text{ m/s}$

### ZADATAK 1.132

Koliki je promjer kapljica kiše oblika kugle ako one padaju kroz atmosferu brzinom  $18 \text{ km/h}$ ?

Koeficijent viskoznosti zraka je  $0.018 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ . Gustoća vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ .

Uzgon u zraku zanemarivo je malen.

Rješenje:  $0.41 \text{ mm}$

### ZADATAK 1.133

Zrnce pijeska oblika kugle promjera  $3 \text{ mm}$  padne na površinu jezera dubokog  $25 \text{ m}$ . Koliko će dugo zrnce tonuti do dna jezera?

Koeficijent viskoznosti vode je  $10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Gustoća pijeska je  $1.9 \text{ g/cm}^3$ , a vode  $1 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $5.66 \text{ s}$

### ZADATAK 1.134

U staklenu posudu oblika valjka promjera 12 cm ulije se 1.5 L etanola, a zatim se po površini etanola pospe fino mljeveni farmaceutski preparat netopljiv u alkoholu. Nakon 4.5 h prve se čestice preparata počnu taložiti na dnu posude. Koliki je promjer najvećih čestica preparata ako su one oblika kugle gustoće  $1.9 \text{ g/cm}^3$ ?

Koeficijent viskoznosti etanola je  $1.2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Gustoća etanola je  $0.79 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $4.24 \text{ } \mu\text{m}$

### ZADATAK 1.135

U staklenu posudu oblika valjka promjera 10 cm do vrha se ulije 2 L tekućine, a zatim se po površini tekućine pospe fino mljeveni farmaceutski preparat netopljiv u tekućini. Kolika je gustoća tekućine ako se nakon 15 h najveće čestice preparata počnu taložiti na dnu posude?

Koeficijent viskoznosti tekućine je  $1.1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ . Čestice preparata oblika su kugle promjera  $3 \text{ } \mu\text{m}$  i gustoće  $2 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje:  $942.5 \text{ kg/m}^3$

### ZADATAK 1.136

Staklena kugla gustoće  $2.5 \text{ g/cm}^3$  ovješena o nit zanemarivo malene mase u potpunosti je uronjena u tekućinu gustoće  $1.5 \text{ g/cm}^3$  i koeficijenta viskoznosti  $500 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

a) Koliki je promjer staklene kugle ako je napetost niti  $10 \text{ N}$ ?

b) Kolikom će se brzinom kugla gibati kroz tekućinu prekine li se nit o koju je ovješena?

Rješenja: a)  $12.50 \text{ cm}$ ; b)  $17.03 \text{ m/s}$

## 2. TOPLINA

## 2.1 TOPLINSKO ŠIRENJE TVARI

Linearno širenje tvari:  $L_2 = L_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$     Volumno širenje tvari:  $V_2 = V_1[1 + \beta(T_2 - T_1)]$

Odnos volumnog i linearnog koeficijenta širenja:  $\alpha = 3\beta$

---

### ZADATAK 2.1

Pri temperaturi 0 °C duljina čelične šipke je 99.93 cm, a pri temperaturi 100 °C njena duljina je 100.04 cm. Pri kolikoj je temperaturi duljina šipke 1 m?

Rješenje: 63.7 °C

### ZADATAK 2.2

Duljina željezne trake pri temperaturi 0 °C je 314.16 cm. Na koliku je najmanju temperaturu potrebno zagrijati traku da bi se njome u potpunosti obuhvatio drveni kotač površine presjeka 7900 cm<sup>2</sup>?

Koeficijent linearnog širenja željeza je  $1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje: 243.6 °C

### ZADATAK 2.3

Pri temperaturi 30 °C duljina cinčanog štapa jednaka je duljini željeznog štapa. Pri kolikoj će temperaturi duljina cinčanog štapa biti 0.05 % veća od duljine željeznog štapa?

Koeficijent linearnog širenja cinka je  $2.9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , a željeza  $1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje: 59.5 °C

### ZADATAK 2.4

Polumjer željeznog kotača lokomotive pri temperaturi 0 °C je 80 cm. Koliko okretaja manje napravi kotač lokomotive na putu dugom 200 km ljeti pri temperaturi 20 °C nego zimi pri temperaturi -20 °C?

Koeficijent linearnog širenja željeza je  $1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje: 19

### ZADATAK 2.5

Dva štapa napravljena od istog materijala, štap A duljine 200 cm i štap B duljine 200.2 cm, nalaze se pri temperaturi 20 °C. Duljine štapova postanu jednake kad se štap A zagrije, a štap B ohladi za jednaku razliku temperatura.

a) Kolika je temperatura štapa A nakon zagrijavanja?

b) Kolika je temperatura štapa B nakon hlađenja?

Koeficijent linearnog širenja materijala od kojeg su štapovi napravljeni je  $2.3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

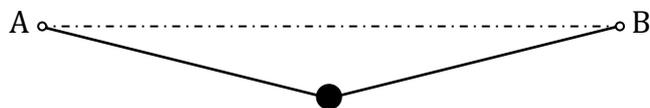
Rješenja: a) 41.7 °C; b) -1.7 °C

**ZADATAK 2.6**

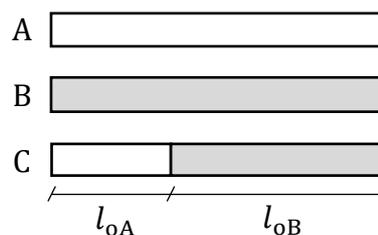
Mjedena žica duljine 200 cm učvršćena je svojim krajevima u točkama A i B koje su međusobno udaljene 199.2 cm. Na sredini žice u gravitacijskom polju Zemlje pri temperaturi 20 °C ovješena je uteg (vidi sliku). Na koliku temperaturu treba zagrijati žicu da se uteg spusti 2 cm niže u odnosu na prvotni položaj?

Koeficijent linearnog širenja mjeda je  $1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje: 136.8 °C

**ZADATAK 2.7**

Pri temperaturi  $T_1$  duljine metalnih štapova A, B i C su jednake i iznose 30 cm. Štap A i štap B su napravljeni od različitih materijala, a štap C je napravljen od komada štapova A i B, duljina  $l_{0A}$  i  $l_{0B}$ , koji su spojeni na krajevima (vidi sliku). Poveća li se temperatura štapova na  $T_2$ , štap A se produlji za 0.65 mm, štap B za 0.35 mm, a štap C za 0.58 mm. Kolike su duljine dijelova  $l_{0A}$  i  $l_{0B}$  od kojih je napravljen štap C?



Rješenje: 23 cm, 7 cm

**ZADATAK 2.8**

Pri temperaturi 10 °C gustoća žive je  $13.57 \text{ g/cm}^3$ , a pri temperaturi 60 °C njena gustoća je  $13.45 \text{ g/cm}^3$ . Koliki je koeficijent volumnog širenja žive?

Rješenje:  $1.75 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

**ZADATAK 2.9**

Za koliko se postotaka poveća gustoća žive kad se ona ohladi sa 75 °C na  $-20 \text{ °C}$ ?

Koeficijent volumnog širenja žive je  $1.8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje: 1.71%

**ZADATAK 2.10**

Željezni spremnik volumena 200 L do vrha je napunjen naftom pri temperaturi 18 °C. Poveća li se temperatura na 30 °C, iz spremnika se izlije 2.55 L nafte. Koliki je koeficijent linearnog širenja željeza od kojeg je spremnik napravljen?

Koeficijent volumnog širenja nafte je  $1.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje:  $1.25 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

**ZADATAK 2.11**

U željeznoj bačvi oblika valjka promjera 8 m i visine 6 m je petrolej. Pri temperaturi  $-10 \text{ °C}$  površina petroleja je 10 cm ispod gornjeg ruba bačve. Poveća li se temperatura na 35 °C, iz bačve se izlije  $7.73 \cdot 10^6 \text{ cm}^3$  petroleja. Koliki je koeficijent linearnog širenja željeza od kojeg je bačva napravljena?

Koeficijent volumnog širenja petroleja je  $10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje:  $1.47 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

**ZADATAK 2.12**

Termometar se sastoji od staklene kapilare unutarnjeg polumjera 1 mm i spremnika oblika kugle unutarnjeg promjera 2 cm. Pri kolikoj će temperaturi razina žive u kapilari biti na visini 2.4 mm ako pri temperaturi 15 °C sva živa u potpunosti ispunjava spremnik?

Koeficijent volumnog širenja žive je  $1.8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

Toplinsko širenje stakla zanemarivo je maleno.

Rješenje: 25 °C

**ZADATAK 2.13**

Termometar se sastoji od staklene kapilare kružnog presjeka i unutarnjeg polumjera  $r = 0.5 \text{ mm}$  i staklenog spremnika oblika kugle unutarnjeg promjera  $D$ . Pri temperaturi 15 °C sva živa u potpunosti ispunjava spremnik. Koliki je unutarnji promjer  $D$  spremnika termometra ako se pri temperaturi 30 °C razina žive u kapilari digne na visinu 1.44 cm?

Koeficijent volumnog širenja žive je  $1.8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

Toplinsko širenje stakla zanemarivo je maleno.

Rješenje: 2 cm

**ZADATAK 2.14**

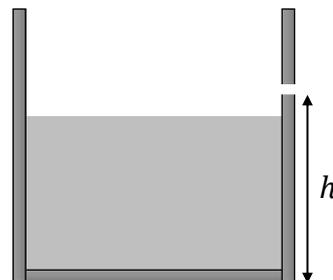
Pri temperaturi 10.2 °C tijelo gustoće 0.88 g/cm<sup>3</sup> pliva u ulju gustoće 0.90 g/cm<sup>3</sup>. Na koliku je temperaturu potrebno zagrijati tijelo i ulje da tijelo počne tonuti u ulje?

Koeficijent linearnog širenja tijela je  $10^{-4} \text{ K}^{-1}$ , a koeficijent volumnog širenja ulja je  $7 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje: 68 °C

**ZADATAK 2.15**

U staklenu posudu tankih stijenki oblika valjka promjera 20 cm uliveno je 3.14 L tekućine temperature 20 °C i linearnog koeficijenta širenja  $6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ . Na bočnoj plohi posude, na visini  $h = 11.8 \text{ cm}$  od dna posude, nalazi se maleni otvor (vidi sliku). Na koliku je temperaturu potrebno zagrijati tekućinu da bi ona počela curiti iz posude kroz bočni otvor?



Toplinsko širenje stakla zanemarivo je maleno.

Rješenje: 120 °C

**ZADATAK 2.16**

Pri temperaturi 0 °C u staklenu tikvicu stane 100 g žive, a pri temperaturi 20 °C u tikvicu stane 99.7 g žive. Koliki je koeficijent linearnog širenja stakla od kojeg je tikvica napravljena?

Koeficijent volumnog širenja žive  $1.8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

Pretpostavka je da su temperature žive i tikvice jednake i pri 0 °C i pri 20 °C.

Rješenje:  $2.65 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

## 2.2 PRIJENOS TOPLINE

Količina topline koja se izmjenjuje:  $\Delta Q = mc\Delta T$

Izmjena topline između dva tijela (sistema) različitih temperatura u termičkom dodiru (Richmannovo pravilo):

$$m_1 c_1 (T_1 - T) = m_2 c_2 (T - T_2), \quad T_1 > T > T_2$$

PRIJENOS TOPLINE U FAZNIM PRIJELAZIMA

Specifična toplina taljenja:  $L_t = \frac{Q_t}{m}$     Specifična toplina isparavanja:  $L_i = \frac{Q_i}{m}$

### ZADATAK 2.17

Kapljice magle padaju kroz atmosferu malom stalnom brzinom. Za koliku se visinu kapljice trebaju spustiti da bi im se temperatura promijenila za  $0.1\text{ }^\circ\text{C}$ ?

Specifični toplinski kapacitet vode je  $4186\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Pretpostavka je da tijekom spuštanja ne dolazi ni do isparavanja ni do kondenzacije kapljica magle.

Rješenje: 42.67 m

### ZADATAK 2.18

Koliku je količinu topline potrebno dovesti željeznoj kugli da bi se njen promjer povećao za 5%? Koeficijent volumnog širenja željeza je  $3.6 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ , a toplinski kapacitet željeza je  $23\text{ J/K}$ .

Rješenje: 100.07 kJ

### ZADATAK 2.19

Dovede li se željeznoj kugli količina topline  $19.36\text{ kJ}$ , njen se promjer poveća za 1%.

a) Koliki je koeficijent volumnog širenja željeza?

b) Za koliko se postotaka povećao volumen kugle nakon dovođenja topline?

Toplinski kapacitet željeza je  $23\text{ J/K}$ .

Rješenja: a)  $3.6 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ ; b) 3.03%

### ZADATAK 2.20

Staklena posuda mase  $80\text{ g}$  sadrži  $250\text{ g}$  vode temperature  $18\text{ }^\circ\text{C}$ . Kolika će biti temperatura vode ako se u nju ubaci komad srebra mase  $60\text{ g}$  i temperature  $55\text{ }^\circ\text{C}$ ?

Specifični toplinski kapaciteti vode, stakla i srebra redom su  $4186\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $840\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  i  $250\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Izmjena topline s okolinom zanemarivo je malena.

Rješenje:  $18.5\text{ }^\circ\text{C}$

### ZADATAK 2.21

U bakrenoj kalorimetrijskoj posudi mase 50 g je 250 g vode temperature 18 °C. Ubači li se u kalorimetrijsku posudu s vodom 75 g neke tvari temperature 80 °C, ravnotežna temperatura smjese je 20 °C.

a) Koliki je specifični toplinski kapacitet ubačene tvari?

b) Nakon termičkog uravnoteženja, posuda, voda i tvar dodatno se zagrijavaju. Koliku je količinu topline potrebno dovesti posudi, vodi i tvari da bi im se temperatura povećala za 2 °C?

Specifični toplinski kapacitet bakra je  $385 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , a vode  $4186 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Izmjena topline s okolinom zanemarivo je malena.

Rješenja: a)  $473.5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ; b) 2.20 kJ

### ZADATAK 2.22

Koliko litara vode sadrži topla kupka temperature 37 °C ako se za njenu pripremu pomiješalo 341 L hladne vode temperature 12 °C s određenom količinom vruće vode temperature 70 °C?

Izmjena topline s okolinom zanemarivo je malena.

Rješenje: 599.3 L

### ZADATAK 2.23

Prilikom pripremanja tople kupke u kupaonsku kadu najprije se ulije voda određene mase i temperature 20 °C, a zatim voda temperature 30 °C i 2.5 puta veće mase. Nakon termičkog uravnoteženja, konačno se u kadu ulije voda temperature 40 °C i mase jednake kao masa prvo ulivene vode. Kolika je konačna temperatura smjese?

Izmjena topline s okolinom zanemarivo je malena.

Rješenje: 30 °C

### ZADATAK 2.24

Temperature tekućine A mase  $m$ , tekućine B mase  $3m$  i tekućine C mase  $4m$  redom su 30 °C, 20 °C i 10 °C. Kolika će biti ravnotežna temperatura smjese tekućina A i C ako je ravnotežna temperatura smjese tekućina A i B 25 °C, a ravnotežna temperatura smjese tekućina B i C 14.5 °C?

Rješenje: 19 °C

### ZADATAK 2.25

Temperature tekućine A mase  $m$ , tekućine B mase  $3m$  i tekućine C mase  $4m$  redom su 50 °C, 35 °C i 15 °C. Kolika će biti ravnotežna temperatura smjese tekućina A i C ako je ravnotežna temperatura smjese tekućina A i B 40 °C, a ravnotežna temperatura smjese tekućina B i C 20 °C?

Rješenje: 20 °C

### ZADATAK 2.26

Komad leda mase 20 g i temperature  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$  ubačen je u 250 mL vode temperature  $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Kolika je ravnotežna temperatura smjese nastale nakon otapanja leda?

Specifični toplinski kapacitet vode je  $4186\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , a leda  $2093\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Specifična toplina taljenja leda je  $334.8\text{ kJ/kg}$ . Gustoća vode je  $1\text{ g/cm}^3$ .

Izmjena topline s okolinom zanemarivo je malena.

Rješenje:  $10.6\text{ }^{\circ}\text{C}$

### ZADATAK 2.27

Kolika se količina topline utrošila na zagrijavanje i vrenje 1.2 L vode u loncu početne temperature  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  ako je nakon vrenja u loncu ishlapilo  $50\text{ cm}^3$  vode?

Specifični toplinski kapacitet vode je  $4186\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , a specifična toplina isparavanja vode je  $2256\text{ kJ/kg}$ .

Rješenje:  $539.77\text{ kJ}$

### ZADATAK 2.28

U mjedeni kalorimetar mase 190 g, u kojem se nalazi 420 g vode temperature  $8.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , dovede se 18 g vodene pare temperature  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Kolika je specifična toplina isparavanja vode ako je nakon termičkog uravnoteženja konačna temperatura smjese  $33.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

Specifični toplinski kapacitet vode je  $4186\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , a mjeda  $380\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Izmjena topline s okolinom zanemarivo je malena.

Rješenje:  $2.54 \cdot 10^6\text{ J/kg}$

### ZADATAK 2.29

Koliko minuta mora biti uključen električni grijač snage 0.2 kW da bi se 5 kg leda temperature  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  prevelo u paru temperature  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

Specifična toplina taljenja leda je  $334.8\text{ kJ/kg}$ , a specifična toplina isparavanja vode je  $2256\text{ kJ/kg}$ . Specifični toplinski kapacitet vode je  $4186\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , a leda  $2093\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Rješenje:  $1254.3\text{ min}$

### ZADATAK 2.30

Isparavanjem znoja s površine kože čovjek mase 80 kg i tjelesne temperature  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$  izgubi 0.5 kg vode.

a) Kolika je energija utrošena na znojenje?

b) Kolika je visina brda na koje bi se čovjek mogao popeti ako bi ovu energiju u potpunosti iskoristio za penjanje?

Specifični toplinski kapacitet vode je  $4186\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , a specifična toplina isparavanja vode je  $2256\text{ kJ/kg}$ .

Rješenja: a)  $1.26 \cdot 10^6\text{ J}$ ; b)  $1605.32\text{ m}$

### ZADATAK 2.31

Povećana temperatura ljudskog tijela može se smanjiti oblaganjem tijela oblozima natopljenim alkoholom pri čemu tijelo gubi toplinu isparavanjem alkohola. Koliko je mililitara alkohola potrebno ispariti s površine čovjeka mase 75 kg da mu se temperatura smanji za 1.5 °C?

Specifična toplina isparavanja alkohola je 859 kJ/kg, a gustoća alkohola je 0.79 g/cm<sup>3</sup>.

Prosječni specifični toplinski kapacitet ljudskog tijela je 3474 J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>.

Rješenje: 576 mL

### ZADATAK 2.32

Oduzme li se vodi temperature 23 °C količina topline 3.53 kJ, smrzavanjem se dobije pravilna kocka leda temperature -15 °C. Koliki je brid ovako dobivene kocke leda?

Specifični toplinski kapacitet vode je 4186 J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>, a leda 2093 J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>.

Gustoća leda je 0.916 g/cm<sup>3</sup>, a specifična toplina taljenja leda je 334.8 kJ/kg.

Rješenje: 2.03 cm

### ZADATAK 2.33

Pri udaru munje najčešće se pojavljuju naponi od 100 MV, a u jednom se pražnjenju prenese naboj od 30 C. Koliko bi se litara vode temperature 20 °C moglo ispariti ako bi se iskoristila sva energija oslobođena pri jednom udaru munje?

Specifična toplina isparavanja, specifični toplinski kapacitet i gustoća vode redom su 2256 kJ/kg, 4186 J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup> i 1 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 1157.91 L

## **3. ELEKTRICITET**

### 3.1 ELEKTROSTATIČKA SILA. ELEKTRIČNO POLJE

Elektrostatička sila (Coulombov zakon):  $F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1q_2}{r^2}$  Jakost električnog polja:  $E = \frac{F_e}{q}$

Električno polje točkastog naboja:  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q}{r^2}$

Električni potencijal točkastog naboja:  $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q}{r}$

Napon (razlika potencijala):  $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$

Rad što ga obavi nabijena čestica koja se giba kroz razliku potencijala:  $W = qU_{AB}$

#### ZADATAK 3.1

Kolikom bi se silom privlačile dvije olovne kuglice, svaka polumjera 1 cm, međusobno udaljene 100 cm u vakuumu, kad bi se svakom atomu prve kuglice oduzeo jedan elektron i svi se ti elektroni predali drugoj kuglici?

Molarna masa olova je 207.2 g/mol, a gustoća olova je 11.3 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje:  $4.36 \cdot 10^{18}$  N

#### ZADATAK 3.2

Dvije jednake male metalne kuglice, jedna nabijena pozitivnim nabojem  $q_1$ , a druga pozitivnim nabojem  $q_2$ , odbijaju se silom  $1.350 \cdot 10^{-4}$  N na međusobnoj udaljenosti 20 cm. Koliki su iznosi naboja  $q_1$  i  $q_2$  ako se kuglice odbijaju silom  $1.406 \cdot 10^{-4}$  N nakon što se dovedu u međusobni dodir i ponovno vrate na jednaku udaljenost?

Rješenje:  $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}$  C,  $q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$  C;  $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$  C,  $q_2 = 3 \cdot 10^{-8}$  C

#### ZADATAK 3.3

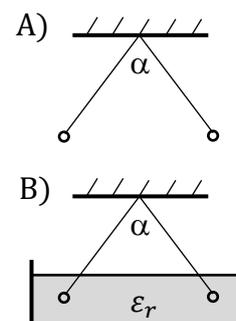
Dvije kuglice masa 10 g pričvršćene su na svilene niti zanemarivo malene mase i ovješene u istoj točki u vakuumu u gravitacijskom polju Zemlje. Nabiju li se kuglice pozitivnim nabojem iznosa 1 μC, niti se otklone tako da međusobno tvore kut 10°. Kolika je međusobna udaljenost kuglica nakon otklona?

Rješenje: 1.02 m

#### ZADATAK 3.4

Dvije pozitivno nabijene kuglice jednakih masa i jednakog naboja, obje napravljene od materijala gustoće 1.6 g/cm<sup>3</sup>, ovješene su u istoj točki u vakuumu u gravitacijskom polju Zemlje o niti jednake duljine i zanemarivo malene mase tako da niti međusobno tvore kut  $\alpha$  (slika A). Kolika treba biti relativna permitivnost tekućine gustoće 0.8 g/cm<sup>3</sup> tako da niti međusobno i dalje tvore kut  $\alpha$  kad se kuglice urone u nju (slika B)?

Rješenje: 2



### ZADATAK 3.5

- a) Koliko je puta odbojna sila između dva elektrona u vakuumu veća od njihovog gravitacijskog privlačenja na jednakoj udaljenosti?
- b) Kolika je relativna permitivnost sredstva u kojem se nalazi točkasti naboj  $q = +2 \cdot 10^{-17}$  C ako on na udaljenosti 6.5 nm stvara električni potencijal 0.461 V?

Rješenja: a)  $4.16 \cdot 10^{43}$ ; b) 60

### ZADATAK 3.6

$\alpha$ -čestica ( $+2e$ ) i proton ( $+e$ ) međusobno su udaljeni 1 m u vakuumu. Na kolikoj je udaljenosti od  $\alpha$ -čestice, na spojnici  $\alpha$ -čestice i protona, točka u kojoj je jakost električnog polja što ga stvaraju ove dvije čestice jednaka ničiti?

Rješenje: 59 cm

### ZADATAK 3.7

Osam kapljica vode, svaka promjera 2 mm i naboja  $+10^{-10}$  C, sliju se u jednu veću kap bez gubitka mase. Koliki je električni potencijal na površini nastale kapi?

Relativna permitivnost vode je 81.

Rješenje: 4.4 V

### ZADATAK 3.8

Koliki je napon između ploča pločastog kondenzatora horizontalno smještenih u gravitacijskom polju Zemlje ako aluminijska kuglica mase 9 g i naboja  $+1 \mu\text{C}$  lebdi u prostoru između ploča?

Ploče su međusobno razmaknute 1 mm, a između njih je ulje relativne permitivnosti 5. Gustoća ulja je  $0.9 \text{ g/cm}^3$ , a aluminijska  $2.7 \text{ g/cm}^3$ . Uzgon u ulju nije zanemarivo malen.

Rješenje: 294.3 V

### ZADATAK 3.9

- a) Koliki je specifični naboj (omjer  $q/m$ ) kapljice ulja koja lebdi u vakuumu između ploča pločastog kondenzatora horizontalno smještenih u gravitacijskom polju Zemlje, međusobno razmaknutih 4 mm, između kojih je razlika potencijala 100 V?
- b) Koliki je broj elementarnih naboja na kapljici ako je masa kapljice  $3.26 \cdot 10^{-17}$  g?
- c) Kojeg je predznaka naboj kapljice ako je gornja ploča kondenzatora nabijena pozitivnim, a donja negativnim nabojem?

Rješenja: a)  $3.92 \cdot 10^{-5}$  C/kg; b) 8; c)  $q < 0$

### ZADATAK 3.10

Jakost električnog polja koje stvara točkasti naboj  $q$  u točki A je 36 V/m, a u točki B 9 V/m. Kolika je jakost električnog polja koje naboj  $q$  stvara u točki C koja je polovište spojnice točaka A i B?

Rješenje: 16 V/m

### ZADATAK 3.11

U vrhovima kvadrata stranice 100 cm u vakuumu su smješteni jednaki pozitivni točkasti naboji,  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = +5 \text{ nC}$ .

- Kolika je električni potencijal u točkama polovišta stranica kvadrata?
- Kolika je jakost električnog polja u točkama polovišta stranica kvadrata?

Rješenja: a) 260.3 V; b) 64.3 V/m

### ZADATAK 3.12

Četiri jednaka pozitivna točkasta naboja,  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = +1 \text{ nC}$ , smještena su u sredstvu relativne permitivnosti 4 u tri vrha A, B, C i u središtu S kvadrata ABCD. Kolika je duljina stranice kvadrata ako je električni potencijal u točki polovišta stranice kvadrata AB 15.5 V?

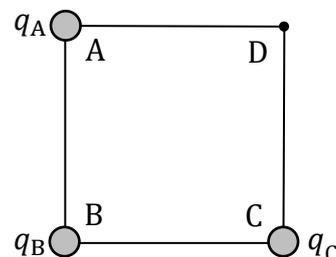
Rješenje: 1 m

### ZADATAK 3.13

Tri točkasta naboja,  $q_A = +5 \text{ nC}$ ,  $q_B = -8 \text{ nC}$  i  $q_C = +3 \text{ nC}$ , smještena su u vrhovima A, B i C kvadrata ABCD duljine stranice 15 cm (vidi sliku). Koliki je električni potencijal u vrhu D kvadrata ako se naboji nalaze:

- u vakuumu;
- u ulju relativne permitivnosti 6?

Rješenja: a) 140.5 V; b) 23.4 V



### ZADATAK 3.14

Tri jednaka pozitivna točkasta naboja,  $q_1 = q_2 = q_3 = +2 \text{ nC}$ , smještena su u sredstvu relativne permitivnosti 2 u vrhovima A, B i C kvadrata ABCD duljine stranice 50 cm.

- Koliki je električni potencijal i kolika je jakost električnog polja u središtu kvadrata?
- Koliki je električni potencijal i kolika je jakost električnog polja u vrhu D kvadrata?

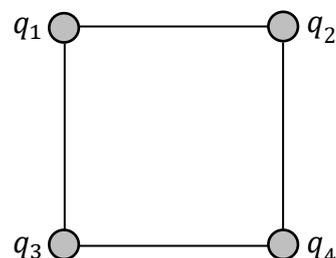
Rješenja: a) 76.3 V; 71.9 V/m; b) 48.7 V; 68.9 V/m

### ZADATAK 3.15

Četiri točkasta naboja,  $q_1 = q_2 = +2 \text{ } \mu\text{C}$ ,  $q_3 = q_4 = -4 \text{ } \mu\text{C}$ , smještena su u vakuumu u vrhovima kvadrata duljine stranice 4 cm (vidi sliku).

- Koliki je električni potencijal u središtu kvadrata?
- Kolika je jakost električnog polja u središtu kvadrata?

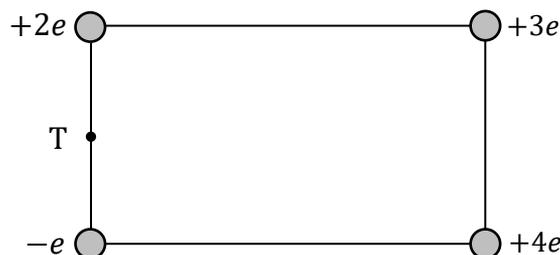
Rješenja: a)  $-1.27 \cdot 10^6 \text{ V}$ ; b)  $9.54 \cdot 10^7 \text{ V/m}$



### ZADATAK 3.16

Četiri točkasta naboja smještena su u vakuumu u vrhovima pravokutnika stranica  $a$  i  $b = a/2$  (vidi sliku). Kolike su stranice pravokutnika ako je u točki T električni potencijal 0.225 V?

Rješenje: 69.0 nm, 34.5 nm



### ZADATAK 3.17

Tri točkasta naboja,  $q_1 = q_2 = +\frac{2}{3} \cdot 10^{-8} \text{ C}$ ,  $q_3 = -\frac{2}{3} \cdot 10^{-8} \text{ C}$ , smještene su u vakuumu na kružnici polumjera  $r$  tako da su međusobno jednako udaljeni.

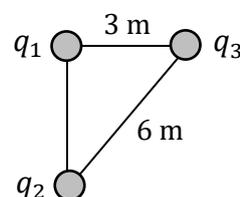
- Koliki je polumjer kružnice  $r$  ako je električni potencijal u središtu kružnice 1.5 kV?
- Kolika je jakost električnog polja u središtu kružnice?

Rješenja: a) 4 cm; b) 75 kV/m

### ZADATAK 3.18

Tri točkasta naboja,  $q_1 = +5 \text{ nC}$ ,  $q_2 = -8 \text{ nC}$  i  $q_3 = +3 \text{ nC}$ , smještene su u vakuumu u vrhovima pravokutnog trokuta (vidi sliku).

- Kolika je ukupna sila na naboj  $q_2$ ?
- Kolika je jakost električnog polja koje stvaraju naboji  $q_2$  i  $q_3$  na mjestu naboja  $q_1$ ?



Rješenja: a)  $1.88 \cdot 10^{-8} \text{ N}$ ; b) 4.02 V/m

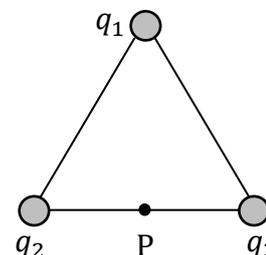
### ZADATAK 3.19

Tri jednaka pozitivna točkasta naboja,  $q_1 = q_2 = q_3 = +2e$ , smještene su u sredstvu relativne permitivnosti 14 u vrhovima jednakostraničnog trokuta (vidi sliku).

- Kolika je duljina stranice trokuta ako je u točki P električni potencijal 529.7 mV?

- Kolika je jakost električnog polja u točki P?
- Koliki je električni potencijal u težištu trokuta?

Točka P je polovište jedne stranice trokuta.



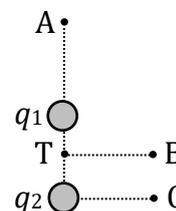
Rješenja: a) 2 nm; b)  $6.84 \cdot 10^7 \text{ V/m}$ ; c) 533.9 mV

### ZADATAK 3.20

Dva točkasta naboja,  $q_1 = -4 \text{ nC}$  i  $q_2 = +4 \text{ nC}$ , smještene su u vakuumu kao što to prikazuje slika.

( $d(Aq_1) = 250 \text{ cm}$ ,  $d(q_1q_2) = 50 \text{ cm}$ ,  $d(Cq_2) = d(BT) = 200 \text{ cm}$ ,  $d(Tq_1) = 25 \text{ cm}$ ).

- Koliki su električni potencijali u točkama A, B i C?
- Koliki su naponi između točkaka A i B, A i C i B i C?
- Kolika je jakost električnog polja u točki A?
- Koliki je rad potrebno obaviti da se naboj  $q_0 = +1 \text{ nC}$  prenese iz točke A u točku B, odnosno iz točke B u točku C?



Rješenja:

- $-2.40 \text{ V}$ ,  $0 \text{ V}$ ,  $0.54 \text{ V}$ ; b)  $-2.40 \text{ V}$ ,  $-2.94 \text{ V}$ ,  $-0.54 \text{ V}$ ;
- $1.76 \text{ V/m}$ ; d)  $-2.40 \cdot 10^{-9} \text{ J}$ ,  $-0.54 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

### ZADATAK 3.21

U sedam vrhova kocke stranice 50 cm smješteni su pozitivni točkasti naboji iznosa  $+2 \text{ nC}$ , dok je u osmom vrhu negativni točkasti naboj iznosa  $-1 \text{ nC}$ . Kolika je jakost električnog polja i koliki je električni potencijal u središtu kocke ako se ona nalazi u:

- vakuumu;
- sredstvu relativne permitivnosti 8?

Rješenja: a)  $143.9 \text{ V/m}$ ,  $270.0 \text{ V}$ ; b)  $18.0 \text{ V/m}$ ,  $33.7 \text{ V}$

### ZADATAK 3.22

Iz točke A električnog potencijala  $6.0 \text{ kV}$  izleti elektron brzinom  $3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  i giba se u smjeru električnog polja. Kolika je brzina elektrona u točki B električnog potencijala  $4.8 \text{ kV}$ ?

Rješenje:  $2.19 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

### ZADATAK 3.23

Iz točke A električnog potencijala  $6 \text{ kV}$  izlijeće elektron brzinom  $3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  i giba se u smjeru električnog polja. Koliki je električni potencijal točke B u kojoj je brzina elektrona jednaka ničtici?

Rješenje:  $3.44 \text{ kV}$

### ZADATAK 3.24

a) Kolika ukupna sila djeluje na elektron u ionskoj molekuli  $\text{H}_2^+$  ako su u određenom trenutku položaji elektrona i dva protona ove molekule u koordinatnim točkama:  $T_e$  ( $50 \text{ pm}$ ,  $100 \text{ pm}$ ),  $T_{p_1}$  ( $-50 \text{ pm}$ ,  $0 \text{ pm}$ ) i  $T_{p_2}$  ( $50 \text{ pm}$ ,  $0 \text{ pm}$ )?

b) Koliki je električni potencijal u koordinatnoj točki A ( $-50 \text{ pm}$ ,  $100 \text{ pm}$ )?

Rješenja: a)  $3.22 \cdot 10^{-8} \text{ N}$ ; b)  $10.17 \text{ V}$

### ZADATAK 3.25

Negativno nabijena kapljica ulja naboja  $-2e$  pada stalnom brzinom  $0.2 \text{ mm/s}$  između ploča pločastog kondenzatora smještenih horizontalno u gravitacijskom polju Zemlje. Ploče su međusobno razmaknute  $2 \text{ cm}$ , a između njih je razlika potencijala  $7.5 \text{ kV}$ . Nabiju li se ploče kondenzatora suprotno, kapljica se počne dizati brzinom  $0.1 \text{ mm/s}$ . Koliki je promjer kapljice ulja?

Između ploča kondenzatora je zrak koeficijenta viskoznosti  $0.018 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

Uzgon u zraku zanemarivo je malen.

Rješenje:  $4.72 \text{ } \mu\text{m}$

### 3.2 ELEKTRIČNA STRUJA. ELEKTRIČNI OTPOR

Jakost električne struje:  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = Sv_d en$     Gustoća broja nositelja naboja:  $n = \frac{N}{V}$

Tok naboja (gustoća električne struje):  $j = \frac{1}{s} \frac{\Delta q}{\Delta t} = v_d en$

Ohmov zakon:  $I = \frac{U}{R}$     Električni otpor vodiča:  $R = \rho \frac{l}{S}$     Električna vodljivost:  $G = \frac{1}{R}$

Električna otpornost:  $\rho = \frac{1}{\kappa} = \frac{RS}{l}$     Električna provodnost:  $\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{RS}$

Ovisnost električnog otpora o temperaturi:  $R_2 = R_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$

#### ZADATAK 3.26

- Kolika je masa nakupine protona ukupnog naboja 1 C?
- Koliki je ukupni naboj nakupine protona mase 1 kg?
- Koliki je ukupni naboj nakupine neutrona mase 1 kg?
- Koliki je ukupni naboj nakupine elektrona množine 2.3 pmol?

Rješenja: a)  $1.05 \cdot 10^{-8}$  kg; b)  $9.56 \cdot 10^7$  C; c) 0 C; d)  $-2.22 \cdot 10^{-7}$  C

#### ZADATAK 3.27

Kolika je brzina zanošenja slobodnih nositelja naboja kad bakrenom žicom polumjera 1 mm teče struja jakosti 1 A?

Pretpostavka je da pri stvaranju metalne veze svaki atom bakra daje jedan slobodni elektron. Molarna masa bakra je 63.5 g/mol, a gustoća bakra je 8.9 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje:  $2.36 \cdot 10^{-5}$  m/s

#### ZADATAK 3.28

Koliki je promjer bakrene žice kojom teče struja jakosti 1 A pri brzini zanošenja slobodnih nositelja naboja  $1.048 \cdot 10^{-5}$  m/s?

Pretpostavka je da pri stvaranju metalne veze svaki atom bakra daje jedan slobodni elektron. Molarna masa bakra je 63.5 g/mol, a gustoća bakra je 8.9 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 3.0 mm

#### ZADATAK 3.29

Masa žice duljine 5 m je 52.5 g, a otpor 0.08 Ω. Koliki je otpor žice napravljene od istog materijala duljine 7 m i mase 147 g?

Rješenje: 0.056 Ω

### ZADATAK 3.30

Kolika je masa bakrene žice ako je masa aluminijske žice jednake duljine i jednakog otpora 150 g? Električna otpornost bakra je  $1.72 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ , a aluminijske  $2.80 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ . Gustoća bakra je  $8.9 \text{ g/cm}^3$ , a aluminijske  $2.7 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenje: 303.7 g

### ZADATAK 3.31

Bakrena i aluminijska žica jednake su duljine i jednakog otpora.

a) Koliko je puta polumjer aluminijske žice veći od polumjera bakrene žice?

b) Koliko je puta masa bakrene žice veća od mase aluminijske žice?

Električna otpornost bakra je  $1.72 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ , a aluminijske  $2.80 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ . Gustoća bakra je  $8.9 \text{ g/cm}^3$ , a aluminijske  $2.7 \text{ g/cm}^3$ .

Rješenja: a) 1.28; b) 2.21

### ZADATAK 3.32

Pri kojoj je temperaturi otpor željeznog vodiča  $3 \Omega$  ako je njegov otpor pri temperaturi  $100^\circ\text{C}$   $4 \Omega$ ?

Temperaturni koeficijent otpora željeza je  $6.08 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje:  $45.2^\circ\text{C}$

### ZADATAK 3.33

Pri temperaturi  $20^\circ\text{C}$  otpor bakrenog vodiča je  $8.2 \text{ m}\Omega$ , a otpor zlatnog vodiča  $7.8 \text{ m}\Omega$ . Pri kojoj će temperaturi vodiči biti jednakog otpora?

Temperaturni koeficijent otpora bakra je  $3.9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , a zlata  $3.4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Rješenje:  $-53.2^\circ\text{C}$

### ZADATAK 3.34

Koliki je temperaturni koeficijent otpora bakra ako se električna provodnost bakrene žice smanji za 3% kad se ona zagrije s  $15.0^\circ\text{C}$  na  $22.9^\circ\text{C}$ ?

Toplinsko širenje žice zanemarivo je maleno.

Rješenje:  $3.91 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

### ZADATAK 3.35

Bakrenom žicom duljine 8.7 m teče stalna struja gustoće  $100 \text{ A/mm}^2$  pri temperaturi  $20^\circ\text{C}$ .

a) Kolika je električna provodnost bakra ako je razlika potencijala između krajeva žice 15 V?

b) Za koliko će se postotaka smanjiti električna provodnost bakra ako se žica zagrije na temperaturu  $30^\circ\text{C}$ ?

Temperaturni koeficijent otpora bakra je  $4.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Toplinsko širenje žice je zanemarivo maleno.

Rješenja: a)  $5.8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ ; b) 4.12%

### 3.3 ELEKTRIČNI STRUJNI KRUGOVI

Ukupni otpor serijski spojenih otpornika:  $R = \sum_{i=1}^N R_i$

Ukupni otpor paralelno spojenih otpornika:  $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$

1. Kirchhoffovo pravilo:  $\sum_i I_i = 0$     2. Kirchhoffovo pravilo:  $\sum_i U_i = \sum_i I_i R_i$  ( $R_u \ll$ )

Rad električne struje:  $W = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t$     Snaga električne struje:  $P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$

#### ZADATAK 3.36

Otpornici otpora  $2 \Omega$  i  $8 \Omega$  serijski su spojeni na izvor istosmjerne struje. Kolika se snaga troši na otporniku otpora  $8 \Omega$  ako se na otporniku otpora  $2 \Omega$  troši snaga  $0.1 \text{ kW}$ ?

Rješenje:  $400 \text{ W}$

#### ZADATAK 3.37

Električna žarulja duljine žarne niti  $500 \text{ mm}$  troši snagu  $25 \text{ W}$  kad se priključi na izvor napona  $120 \text{ V}$ . Kolika treba biti duljina žarne niti jednakog promjera, napravljene od istog materijala, da žarulja troši snagu  $50 \text{ W}$  kad se priključi na izvor napona  $220 \text{ V}$ ?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.

Rješenje:  $840.3 \text{ mm}$

#### ZADATAK 3.38

Tri električne žarulje, na kojima su redom naznačene snage  $25 \text{ W}$ ,  $25 \text{ W}$  i  $50 \text{ W}$ , predviđene su za napon  $110 \text{ V}$ .

- Kako treba spojiti žarulje na napon gradske mreže ( $220 \text{ V}$ ) da bi se na njima trošila naznačena snaga?
- Koliki je otpor pojedine žarulje?
- Koliki je ukupni otpor spoja?
- Kolike su jakosti struja koje teku pojedinim žaruljama?

Rješenja: b)  $484 \Omega$ ,  $484 \Omega$ ,  $242 \Omega$ ; c)  $484 \Omega$ ; d)  $0.23 \text{ A}$ ,  $0.23 \text{ A}$ ,  $0.46 \text{ A}$

#### ZADATAK 3.39

Električna žarulja snage  $150 \text{ W}$  dugim je priključnim kabelom spojena na izvor istosmjernog napona  $220 \text{ V}$ , zanemarivo malenog unutarnjeg otpora.

- Koliki je otpor žica u kabelu ako je pad napona na žarulji  $218 \text{ V}$ ?
- Koliki će biti pad napona na žarulji priključi li se na kabel paralelno još jedna žarulja jednake snage?

Rješenja: a)  $2.91 \Omega$ ; b)  $216.11 \text{ V}$

### ZADATAK 3.40

a) Koliko se različitih vrijednosti otpora može dobiti spajanjem triju otpornika otpora  $1\ \Omega$ ,  $2\ \Omega$  i  $4\ \Omega$  na sve moguće načine?

b) Koliki su ukupni otpori pojedinih spojeva?

Nacrtajte sheme spojeva.

Rješenja: a) 8; b)  $0.57\ \Omega$ ,  $0.86\ \Omega$ ,  $1.43\ \Omega$ ,  $1.71\ \Omega$ ,  $2.33\ \Omega$ ,  $2.80\ \Omega$ ,  $4.67\ \Omega$ ,  $7.00\ \Omega$

### ZADATAK 3.41

a) Koliko se različitih vrijednosti otpora može dobiti spajanjem četiriju otpornika otpora  $1\ \Omega$  na sve moguće načine?

b) Koliki su ukupni otpori pojedinih spojeva?

Nacrtajte sheme spojeva.

Rješenja: a) 9; b)  $4.00\ \Omega$ ,  $2.50\ \Omega$ ,  $1.67\ \Omega$ ,  $1.33\ \Omega$ ,  $1.00\ \Omega$ ,  $0.75\ \Omega$ ,  $0.60\ \Omega$ ,  $0.40\ \Omega$ ,  $0.25\ \Omega$

### ZADATAK 3.42

Otpornici otpora  $1\ \Omega$ ,  $3\ \Omega$  i  $4\ \Omega$  spojeni su na izvor napona  $4\ \text{V}$  tako da im je ukupni otpor  $2\ \Omega$ .

a) Kolike su jakosti struja kroz pojedine otpornike?

b) Koliki su naponi na svakom otporniku?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.

Rješenja: a)  $1\ \text{A}$ ,  $1\ \text{A}$ ,  $1\ \text{A}$ ; b)  $1\ \text{V}$ ,  $3\ \text{V}$ ,  $4\ \text{V}$

### ZADATAK 3.43

Galvanometar unutarnjeg otpora  $1\ \Omega$  pokazuje najveći otklon kazaljke kad njime teče struja jakosti  $50\ \text{mA}$ .

a) Koliku najveću jakost struje može mjeriti ampermetar sklopljen paralelnim spajanjem galvanometra i otpornika otpora  $0.25\ \Omega$  (shunt)?

b) Koliki najveći napon može mjeriti voltmetar sklopljen serijskim spajanjem galvanometra i otpornika otpora  $49\ \Omega$  (predotpornik)?

Rješenja: a)  $250\ \text{mA}$ ; b)  $2.5\ \text{V}$

### ZADATAK 3.44

Galvanometar unutarnjeg otpora  $8\ \Omega$  pokazuje najveći otklon kazaljke kad njime teče struja jakosti  $10\ \text{mA}$ .

a) Koliki treba biti otpor otpornika (shunt) kojeg je potrebno spojiti paralelno s galvanometrom da bi tako sklopljeni uređaj (ampermetar) mogao mjeriti jakost struje do  $100\ \text{mA}$ ?

b) Koliki treba biti otpor otpornika (predotpornik) kojeg je potrebno spojiti serijski s galvanometrom da bi tako sklopljeni uređaj (voltmetar) mogao mjeriti napon do  $20\ \text{V}$ ?

Rješenja: a)  $0.89\ \Omega$ ; b)  $1992\ \Omega$

### ZADATAK 3.45

Nikelinska žica promjera 1.01 mm i duljine 25 m razreže se na jednake dijelove koji se spoje paralelno. Na koliko je dijelova razrezana žica ako je ukupni otpor paralelno spojenih dijelova  $0.5 \Omega$ ?

Električna otpornost nikelina je  $4 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{cm}$ .

Rješenje: 5

### ZADATAK 3.46

Bakrena žica promjera 0.4 mm i duljine 10 m razreže se na  $n$  međusobno jednakih dijelova koji se najprije spoje serijski, a zatim paralelno. Koliki je otpor jednog djelića žice ako je ukupni otpor serijski spojenih djelića žice 64 puta veći od ukupnog otpora paralelno spojenih djelića žice?

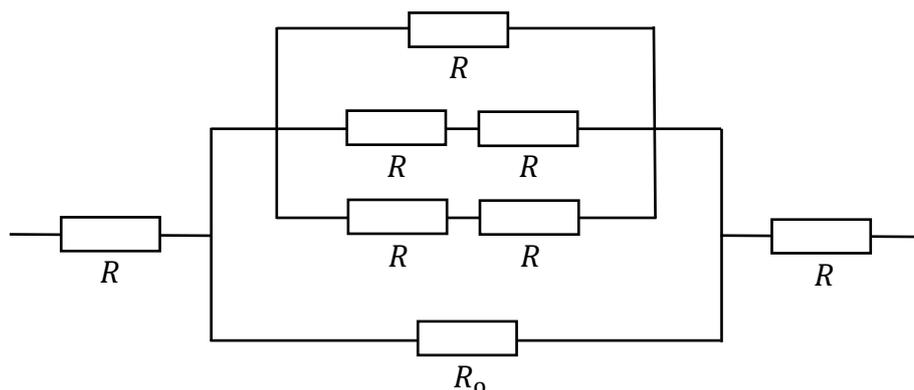
Električna otpornost bakra je  $1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ .

Rješenje:  $0.17 \Omega$

### ZADATAK 3.47

Koliki je otpor  $R$  ako je ukupni otpor spoja prikazanog shemom  $R_0$ ?

Rješenje:  $(\sqrt{2} - 1) R_0$

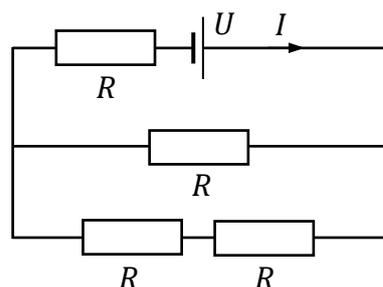


### ZADATAK 3.48

U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 7.5 V, a jakost ukupne struje u strujnom krugu je 0.5 A. Kolika je vrijednost otpora  $R$ ?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.

Rješenje:  $9 \Omega$

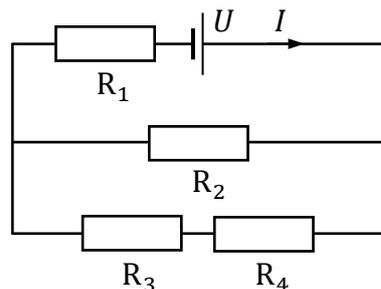


### ZADATAK 3.49

U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 2.9 V, a otpori pojedinih otpornika su  $R_1 = R$ ,  $R_2 = 4R$ ,  $R_3 = 3R$ ,  $R_4 = 2R$ . Koliki su naponi na pojedinih otpornicima?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.

Rješenje: 0.9 V, 0.8 V, 1.2 V, 2.0 V



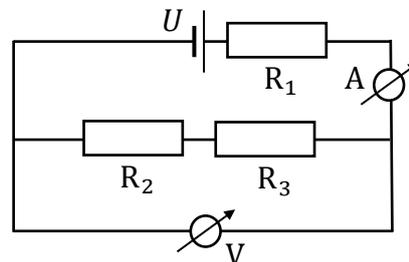
### ZADATAK 3.50

U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 45 V, a otpori pojedinih otpornika su  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 25 \Omega$ ,  $R_3 = 50 \Omega$ .

a) Koliki je unutarnji otpor voltmetra ako ampermetar pokazuje vrijednost jakosti struje 500 mA?

b) Kolika je jakost struje koja teče voltmetrom?

Otpor ampermetra i unutarnji otpor izvora zanemarivo su maleni.

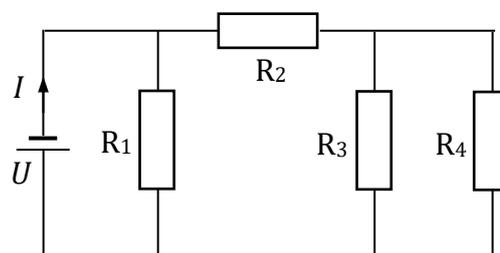


Rješenja: a) 1050  $\Omega$ ; b) 33.3 mA

### ZADATAK 3.51

U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 1.25 V, jakost ukupne struje u strujnom krugu je 50 mA, a otpori pojedinih otpornika su  $R_2 = 25 \Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 50 \Omega$ . Koliki je otpor otpornika  $R_1$ ?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.



Rješenje: 50  $\Omega$

### ZADATAK 3.52

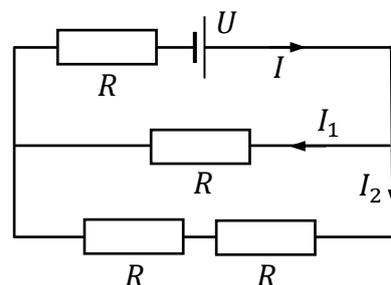
U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 7.5 V, a jakost ukupne struje je 0.5 A?

a) Kolika je vrijednost otpora  $R$ ?

b) Kolike su jakosti struja  $I_1$  i  $I_2$ ?

c) Koliki je napon na otporniku kojim teče struja  $I_1$ ?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.



Rješenja: a) 9  $\Omega$ ; b) 0.33 A, 0.17 A; c) 3 V

### ZADATAK 3.53

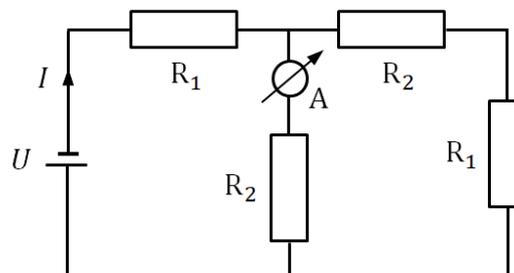
U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 4.5 V, jakost ukupne struje u strujnom krugu je 1.5 A, a otpor otpornika  $R_2$  je 3  $\Omega$ .

a) Koliki je otpor otpornika  $R_1$ ?

b) Koliku jakost struje pokazuje ampermetar?

c) Kolika se snaga troši na pojedinim otpornicima?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.



Rješenja:

a) 1.24  $\Omega$ ; b) 0.88 A;

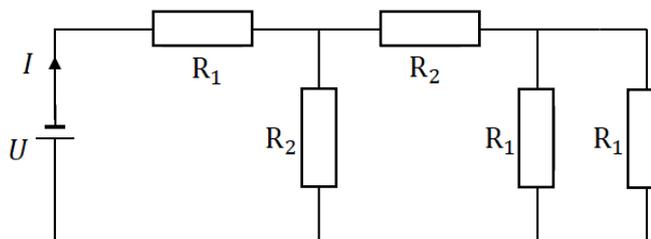
c) 2.80 W, 1.16 W, 0.48 W, 2.32 W

### ZADATAK 3.54

U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 4.5 V, jakost ukupne struje u strujnom krugu je 1.5 A, a otpor otpornika  $R_2$  je 2  $\Omega$ . Koliki je otpor otpornika  $R_1$ ?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.

Rješenje: 1.82  $\Omega$



### ZADATAK 3.55

U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 12 V.

a) Kolika je vrijednost otpora  $R$  ako je ukupni otpor spoja 6  $\Omega$ ?

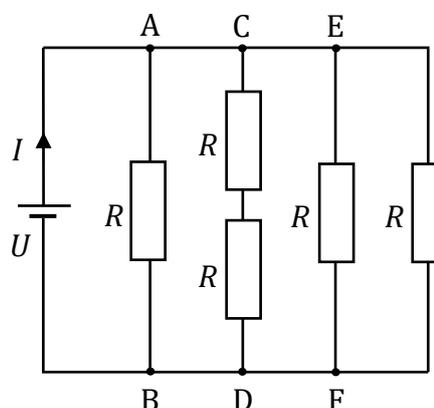
b) Kolike su naponi između točaka A i B, C i D te E i F?

c) Kolike su jakosti struja koje teku pojedinim granama strujnog kruga?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 21  $\Omega$ ; b) 12 V, 12 V, 12 V;

c) 571 mA, 286 mA, 571 mA, 571 mA



### ZADATAK 3.56

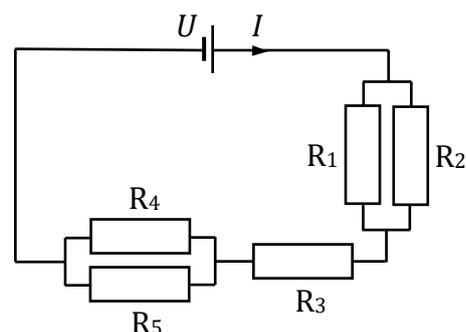
U strujnom krugu prikazanim shemom napon izvora je 4 V, jakost ukupne struje u strujnom krugu je 2 A, a otpori otpornika  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_4$  su 1  $\Omega$ .

a) Koliki je napon na otporniku  $R_1$ ?

b) Kolika se snaga troši na otporniku  $R_5$ ?

Unutarnji otpor izvora zanemarivo je malen.

Rješenja: a) 1 V; b) 1 W



## **4. OPTIKA**

## 4.1 GEOMETRIJSKA OPTIKA

### 4.1.1 Refleksija svjetlosti. Lom svjetlosti

Zakon refleksije svjetlosti:  $u = r$

Snellov zakon loma svjetlosti:  $\frac{\sin u}{\sin l} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$  Indeks loma sredstva:  $n = \frac{c}{v}$

Granični kut potpune refleksije svjetlosti:  $u_{gr} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

#### ZADATAK 4.1

Naslonjen na šank bara Wyatt Earp u ogledalu udaljenom 2.5 m od njegovih očiju promatra revolveraša koji se nalazi na udaljenosti 4 m iza njega. Na kolikoj se udaljenosti od Wyatt Earpovih očiju nalazi slika revolveraša u ogledalu?

Rješenje: 9 m

#### ZADATAK 4.2

Čovjek na palubi broda u moru vidi sliku svjetionika visokog 60 m pod kutom  $30^\circ$  u odnosu na površinu mora. Koliko je čovjek udaljen od svjetionika ako se njegove oči nalaze na visini 10 m iznad površine mora?

Rješenje: 121.24 m

#### ZADATAK 4.3

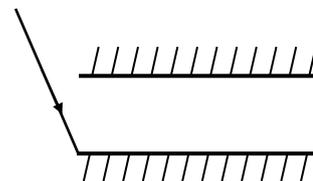
Na dva paralelna ravna zrcala duljina 180 cm pada zraka svjetlosti pod kutom upada  $30^\circ$  na sami rub donjeg zrcala (vidi sliku). Koliko će se puta zraka svjetlosti reflektirati prolaskom kroz sustav zrcala ako su ona međusobno razmaknuta 25 cm?



Rješenje: 13

#### ZADATAK 4.4

Dva paralelna ravna zrcala duljina 5 cm međusobno su razmaknuta 1 cm (vidi sliku). U kolikom rasponu treba biti kut upada zrake svjetlosti na sami rub donjeg zrcala da se ona reflektira sedam puta pri prolasku kroz sustav zrcala?



Rješenje:  $35.5^\circ < u < 39.8^\circ$

#### ZADATAK 4.5

Mlada djevojka visine 160 cm mobitelom snima sliku selfie ispred ogledala u hodniku stana. Kolika je visina ogledala ovješena na zidu i na kolikoj se visini iznad poda nalazi donji rub ogledala ako ono zrcali cjelokupnu sliku mlade djevojke čije se oči nalaze na visini 150 cm iznad poda?

Rješenje: 80 cm, 75 cm

**ZADATAK 4.6**

Granični kut između sredstva različitih optičkih gustoća je  $60^\circ$ . Koliki su indeksi lomova sredstva ako je brzina svjetlosti u optički gušćem sredstvu 25% manja od brzine svjetlosti u vakuumu?

Rješenje: 1.33, 1.16

**ZADATAK 4.7**

Točkasti izvor svjetlosti smješten je na dnu bazena dubokog 3 m koji je u potpunosti ispunjen vodom. Koliki je promjer kruga na površini vode kroz koji zrake svjetlosti prelaze iz vode u zrak? Indeks loma vode je 1.33.

Rješenje: 6.84 m

**ZADATAK 4.8**

Zraka svjetlosti prelazi iz vakuuma u ravnu staklenu ploču indeksa loma 1.5. Koliki je kut upada ako je kut između upadne i lomljene zrake  $190.5^\circ$ ?

Rješenje:  $29.9^\circ$

**ZADATAK 4.9**

Na površinu tekućine pada zraka svjetlosti pod kutom  $56.5^\circ$  u odnosu na ravninu površine tekućine.

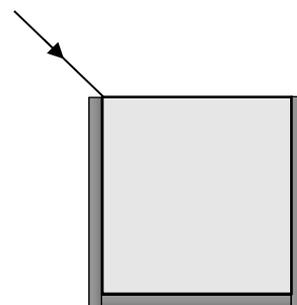
- Koliki je indeks loma tekućine ako reflektirana i lomljena zraka tvore kut od  $120^\circ$ ?
- Koliki treba biti kut upada zrake na površinu tekućine da reflektirana i lomljena zraka tvore pravi kut?

Rješenja: a) 1.24; b)  $51.1^\circ$

**ZADATAK 4.10**

Zraka svjetlosti pada na sami rub čaše oblika valjka, polumjera 5 cm i visine 15 cm, koja je u potpunosti ispunjena vodom (vidi sliku). Koliki je najveći kut upada zrake svjetlosti da ona bez refleksije padne na dno čaše? Indeks loma vode je 1.33.

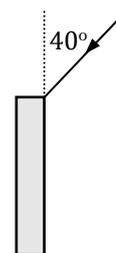
Rješenje:  $47.5^\circ$

**ZADATAK 4.11**

Potpuna refleksija primjenjuje se za prijenos svjetlosnih valova optičkim vlaknima. Kad zraka svjetlosti uđe u optičko vlakno, ona se duž vlakna širi nizom potpunih refleksija na njegovim unutarnjim stijenjkama. Na taj način svjetlost slijedi zakrivljenost vlakna, što se primjerice može iskoristiti u medicinske svrhe za oslikavanje oku inače nedostupnih unutarnjih organa ljudskog organizma (npr. pri gastroskopiji).

Koliko se puta zraka svjetlosti reflektira prolaskom kroz ravno optičko vlakno duljine 200 cm i promjera 0.02 mm ako ona ulazi u vlakno pod kutom upada  $40^\circ$  (vidi sliku)? Indeks loma sredstva od kojeg je vlakno izrađeno je 1.30.

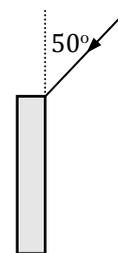
Rješenje: 56885



**ZADATAK 4.12**

Potpuna refleksija primjenjuje se za prijenos svjetlosnih valova optičkim vlaknima. Kad zraka svjetlosti uđe u optičko vlakno, ona se duž vlakna širi nizom potpunih refleksija na njegovim unutarnjim stijenkama. Na taj način svjetlost slijedi zakrivljenost vlakna, što se primjerice može iskoristiti u medicinske svrhe za oslikavanje oku inače nedostupnih unutarnjih organa ljudskog organizma (npr. pri kolonoskopiji).

Zraka svjetlosti, koja pada pod kutom upada  $50^\circ$  na jedan kraj optičkog vlakna duljine 190 cm i promjera  $2 \cdot 10^{-3}$  (vidi sliku), prolaskom kroz vlakno reflektira se 55500 puta. Koliki je indeks loma sredstva od kojeg je optičko vlakno napravljeno?



Rješenje: 1.518

**ZADATAK 4.13**

Vaterpolist stoji na udaljenosti 2 m od ruba bazena dubokog 2 m. Na dnu praznog bazena nalazi se kapica za plivanje na udaljenosti 1.5 m od ruba bazena, na strani gdje stoji vaterpolist. Kolika je najmanja visina do koje treba napuniti bazen vodom da vaterpolist ugleda kapicu za plivanje? Oči vaterpolista nalaze se na visini 180 cm iznad tla. Indeks loma vode je 1.33.

Rješenje: 1.65 m

**4.1.2 Primjene loma svjetlosti***PLANPARALELNA PLOČA*

$$\text{Pomak zrake svjetlosti na planparalelnoj ploči: } \delta = d \frac{\sin(u-l)}{\cos l}$$

*PRIZMA*

$$\text{Vršni kut: } A = u' + l \quad \text{Kut devijacije zrake: } \delta = u + l' - A$$

**ZADATAK 4.14**

Pomak zrake svjetlosti pri prolasku kroz staklenu planparalelnu ploču indeksa loma 1.5 je 2 mm. Kolika je debljina planparalelne ploče ako je kut upada zrake na planparalelnu ploču dva puta veći od kuta prvog loma?

Rješenje: 2.27 mm

**ZADATAK 4.15**

Pomak zrake svjetlosti pri prolasku kroz staklenu planparalelnu ploču debljine 3 mm je 2.52 mm. Koliki je indeks loma planparalelne ploče ako je kut upada zrake svjetlosti na planparalelnu ploču dva puta veći od kuta prvog loma?

Rješenje: 1.53

#### ZADATAK 4.16

Tanki snop bijele svjetlosti pada na staklenu planparalelnu ploču pod kutom upada  $20^\circ$ . Kolika je debljina planparalelne ploče ako su nakon prolaska snopa svjetlosti kroz ploču snop crvene i snop ljubičaste svjetlosti međusobno razmaknuti 0.1 mm?

Brzina širenja crvene svjetlosti u staklu je  $1.863 \cdot 10^8$  m/s, a ljubičaste  $1.807 \cdot 10^8$  m/s.

Rješenje: 15.59 mm

#### ZADATAK 4.17

Zraka svjetlosti prolazi kroz dvije tijesno prislonjene planparalelne ploče, obje debljine 1.5 mm, jedne napravljene od krunskog, a druge od flintskog stakla. Koliki je pomak zrake svjetlosti pri prolasku kroz obje ploče ako je kut upada zrake svjetlosti na planparalelnu ploču napravljenu od krunskog stakla  $40^\circ$ ?

Indeks loma krunskog stakla je 1.50, a flintskog 1.75.

Rješenje: 0.93 mm

#### ZADATAK 4.18

Zraka svjetlosti pada pod kutom upada  $60^\circ$  na bočnu plovu staklene prizme indeksa loma 1.5, blizu njenog vrha. Koliki je kut devijacije zrake svjetlosti ako je vršni kut prizme  $55^\circ$ ?

Rješenje:  $35.4^\circ$

#### ZADATAK 4.19

Zraka svjetlosti pada okomito na bočnu plovu staklene prizme indeksa loma 1.54, blizu njenog vrha. Koliki je vršni kut prizme ako je nakon izlaska iz prizme zraka svjetlosti otklonjena za  $31.5^\circ$ ?

Rješenje:  $37.2^\circ$

#### ZADATAK 4.20

Zraka svjetlosti pada okomito na bočnu plovu staklene prizme vršnog kuta  $30^\circ$ , blizu njenog vrha. Nakon izlaska iz prizme zraka svjetlosti otklonjena je za  $23.2^\circ$ .

a) Koliki je indeks loma prizme?

b) Koliki bi bio kut devijacije zrake svjetlosti kad bi prizma bila u potpunosti uronjena u vodu?

Indeks loma vode je 1.33.

Rješenja: a) 1.60; b)  $7^\circ$

#### ZADATAK 4.21

Staklena prizma vršnog kuta  $60^\circ$  uronjena je u vodu. Paralelno s bazom, blizu vrha, na prizmu pada zraka svjetlosti. Koliki je kut devijacije zrake svjetlosti nakon njenog prolaska prizmom?

Indeks loma stakla je 1.50, a vode 1.33.

Rješenje:  $8.7^\circ$

### ZADATAK 4.22

Zraka svjetlosti pada pod kutom upada  $25^\circ$  na bočnu plohu staklene prizme vršnog kuta  $60^\circ$ , blizu njenog vrha. Koliki treba biti indeks loma prizme da zraka svjetlosti ne izađe kroz drugu bočnu plohu?

Rješenje:  $1.46$

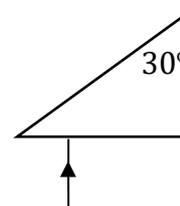
### ZADATAK 4.23

Staklena prizma indeksa loma  $1.5$  u potpunosti je uronjena u vodu indeksa loma  $1.33$ . Koliki je vršni kut prizme ako je on jednak kutu devijacije zrake koja na prizmu pada okomito na bočnu plohu, blizu njenog vrha?

Rješenje:  $55.8^\circ$

### ZADATAK 4.24

Zraka svjetlosti pada okomito na plohu pravokutne staklene prizme indeksa loma  $1.65$  nasuprot kutu  $30^\circ$  (vidi sliku). Koliki je kut devijacije zrake svjetlosti nakon njenog prolaska prizmom?



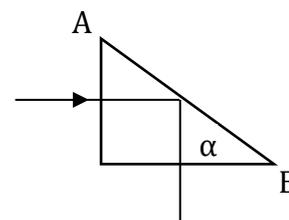
Rješenje:  $36.9^\circ$

### ZADATAK 4.25

Zraka svjetlosti pada okomito na plohu staklene prizme indeksa loma  $1.52$  (vidi sliku).

a) Kolika treba biti najmanja vrijednost kuta  $\alpha$  da se zraka svjetlosti potpuno reflektira od površine AB?

b) Kolika bi trebala biti najmanja vrijednost kuta  $\alpha$  da se zraka svjetlosti potpuno reflektira od površine AB kad bi prizma bila u potpunosti uronjena u vodu indeksa loma  $1.33$ ?

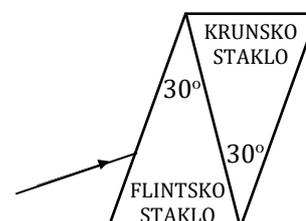


Rješenja: a)  $41.1^\circ$ ; b)  $61.1^\circ$

### ZADATAK 4.26

Zraka svjetlosti pada pod kutom upada  $30^\circ$  na sustav dvije tijesno prislonjene prizme, jedne napravljene od flintskog, a druge od krunskog stakla (vidi sliku). Pod kolikim kutom zraka svjetlosti izlazi iz prizme napravljene od krunskog stakla ako je vršni kut obiju prizmi  $30^\circ$ ?

Indeks loma flintskog stakla je  $1.61$ , a krunskog  $1.51$ .



Rješenje:  $26.7^\circ$

### ZADATAK 4.27

Koliki je najmanji kut upada zrake svjetlosti na jednu bočnu plohu prizme indeksa loma  $1.6$  i vršnog kuta  $60^\circ$  da ona može izaći iz prizme kroz drugu bočnu plohu?

Rješenje:  $35.6^\circ$

**ZADATAK 4.28**

Snop zraka bijele svjetlosti pada na staklenu prizmu vršnog kuta  $30^\circ$  okomito na bočnu plohu, blizu njenog vrha. Koliki je kut između snopa ljubičaste i snopa crvene svjetlosti nakon rasapa bijele svjetlosti na prizmi?

Brzina širenja crvene svjetlosti u staklu je  $1.863 \cdot 10^8$  m/s, a ljubičaste  $1.807 \cdot 10^8$  m/s.

Rješenje:  $2.5^\circ$

**ZADATAK 4.29**

Snop zraka bijele svjetlosti pada na staklenu prizmu vršnog kuta  $30^\circ$  okomito na bočnu plohu, blizu njenog vrha. Nakon rasapa bijele svjetlosti na prizmi, kut između snopa plave i snopa žute svjetlosti je  $1.64^\circ$ . Kolika je brzina širenja žute svjetlosti u staklu ako je brzina širenja plave svjetlosti u staklu  $1.816 \cdot 10^8$  m/s?

Rješenje:  $1.853 \cdot 10^8$  m/s

**4.1.3 Optičke leće**

Jednadžba tanke leće:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$     Jakost leće:  $j = \frac{1}{f}$     Linearno povećanje leće:  $p = \frac{b}{a} = \frac{y_s}{y_p}$

Jakost sustava tijesno prislonjenih leća:  $j_s = \sum_i j_i$

---

**ZADATAK 4.30**

Pukotina s izvorom svjetlosti udaljena je 2 m od zastora. Na koliku je udaljenost iza pukotine potrebno postaviti tanku konvergentnu leću jakosti  $+10$  dpt da bi slika pukotine na zastoru bila oštra i umanjena?

Rješenje: 10.56 m

**ZADATAK 4.31**

Predmet se nalazi na udaljenosti 40 cm ispred tanke konvergentne leće A jakosti  $+5$  dpt. Na udaljenosti 50 cm iza tanke konvergentne leće A nalazi se tanka konvergentna leća B jednake jakosti. Kolika je udaljenost predmeta i njegove slike nastale prolaskom zraka svjetlosti kroz obje leće?

Rješenje: 70 cm

**ZADATAK 4.32**

Predmet se nalazi na udaljenosti 75 cm ispred tanke konvergentne leće A jakosti  $+2$  dpt. Na koliku je udaljenost iza tanke konvergentne leće A potrebno postaviti tanku konvergentnu leću B jakosti  $+1$  dpt da slika predmeta, nastala prolaskom zraka svjetlosti kroz obje leće, bude na udaljenosti 100 cm od konvergentne leće A?

Rješenje: 2 m, 0.5 m

### ZADATAK 4.33

Slika predmeta smještenog ispred tanke konvergentne leće nalazi se na udaljenosti 36 cm iza leće. Prisloni li se uz tanku konvergentnu leću tijesno tanka divergentna leća, slika predmeta udalji se za 92.5 cm od njenog prvotnog položaja. Kolika je jakost tanke divergentne leće?

Rješenje:  $-2$  dpt

### ZADATAK 4.34

Slika predmeta smještenog na udaljenosti 50 cm ispred tanke konvergentne leće nalazi se na udaljenosti 25 cm iza leće. Za koliko će se centimetara udaljiti slika predmeta ako se uz tanku konvergentnu leću tijesno prisloni tanka divergentna leća jakosti  $-1.5$  dpt?

Rješenje: 15 cm

### ZADATAK 4.35

Predmet se nalazi na udaljenosti 50 cm ispred tanke konvergentne leće jakosti  $+4$  dpt iza koje se na udaljenosti 70 cm nalazi tanka divergentna leća. Kolika je jakost tanke divergentne leće ako se slika predmeta, nastala prolaskom zraka svjetlosti kroz obje leće, nalazi na udaljenosti 57.5 cm od tanke konvergentne leće?

Rješenje:  $-3$  dpt

### ZADATAK 4.36

Realna slika predmeta smještenog ispred tanke konvergentne leće nalazi se na udaljenosti 1.5 m iza leće. Primakne li se predmet 0.5 m prema leći, slika predmeta postane virtualna i nalazi se na udaljenosti 0.5 m ispred leće.

a) Kolika je jakost leće?

b) Koliko je povećanje slike predmeta prije i poslije premještanja predmeta?

Rješenja: a)  $+2$  dpt; b) 2,  $-2$

### ZADATAK 4.37

Tanki snop svjetlosti pada na tanku konvergentnu leću žarišne duljine 40 cm paralelno s optičkom osi. Na koliku je udaljenost iza tanke konvergentne leće potrebno postaviti tanku divergentnu leću žarišne duljine  $-15$  cm da tanki snop svjetlosti nakon prolaska kroz obje leće ostane paralelan s optičkom osi?

Rješenje: 25 cm

### ZADATAK 4.38

Na zastoru udaljenom 120 cm od predmeta tanka konvergentna leća stvara dva puta povećanu realnu sliku predmeta. Na koliku je udaljenost ispred tanke konvergentne leće potrebno postaviti predmet da njegova slika bude u beskonačnosti?

Rješenje: 26.67 cm

#### ZADATAK 4.39

Predmet se nalazi na udaljenosti 80 cm ispred tanke konvergentne leće jakosti +2.5 dpt. Na koliku je udaljenost iza tanke konvergentne leće potrebno postaviti drugu tanku konvergentnu leću jednake jakosti da bi slika predmeta, nastala prolaskom zraka svjetlosti kroz obje leće, bila u beskonačnosti?

Rješenje: 1.20 m

#### ZADATAK 4.40

Slika predmeta smještenog ispred tanke konvergentne leće nalazi se na zastoru smještenom iza leće. Pomakne li se zastor 7.6 cm prema leći, predmet ispred leće potrebno je premjestiti tako da njegova slika na zastoru ponovno bude oštra. Kolika je jakost tanke konvergentne leće ako je povećanje slike prije premještanja predmeta i zastora 1.59, a nakon premještanja predmeta i zastora 1.2?

Rješenje: +5.13 dpt

#### ZADATAK 4.41

Udaljenost stražnjeg žarišta tanke konvergentne leće od slike predmeta devet puta je veća od udaljenosti prednjeg žarišta leće od predmeta. Koliko je povećanje slike predmeta?

Rješenje: 3

#### ZADATAK 4.42

Predmet se nalazi na udaljenosti 50 cm ispred prve od tri tanke konvergentne leće jakosti +4 dpt, međusobno udaljene 1 m.

a) Na kolikoj se udaljenosti od predmeta nalazi njegova slika nastala prolaskom zraka svjetlosti kroz sve tri leće?

b) Koliko je povećanje slike predmeta nastale prolaskom zraka svjetlosti kroz sve tri leće?

Rješenja: a) 3 m; b) 1

#### ZADATAK 4.43

Predmet se nalazi na udaljenosti 50 cm ispred prve od tri tanke konvergentne leće čije su jakosti redom +4 dpt, +3.5 dpt i +5 dpt. Udaljenost prve i druge leće je 1 m, a udaljenost druge i treće leće je 3 m.

a) Na kolikoj se udaljenosti od predmeta nalazi njegova slika nastala prolaskom zraka svjetlosti kroz sve tri leće?

b) Koliko je povećanje slike predmeta nastale prolaskom zraka svjetlosti kroz sve tri leće?

Rješenja: a) 4.72 m; b) 0.125

#### ZADATAK 4.44

Kratkovidni student ne vidi oštro predmete koji se nalaze na udaljenosti većoj od 101.5 cm od oka. Kolika je jakost naočala potrebna da student oštro vidi do najveće udaljenosti?

Naočale se nalaze na udaljenosti 1.5 cm ispred oka.

Rješenje: -1 dpt

#### ZADATAK 4.45

Kratkovidni knjigovođa nosi naočale jakosti  $-4$  dpt da bi oštro vidio do najveće udaljenosti. Do kolike udaljenosti od oka knjigovođa oštro vidi predmete bez naočala?

Naočale se nalaze na udaljenosti 2 cm ispred oka.

Rješenje: 27 cm

#### ZADATAK 4.46

Dalekovidni umirovljenik ne vidi jasno predmete na udaljenosti manjoj od 120 cm od oka. Kolika treba biti jakost naočala smještenih 2 cm ispred umirovljenikovog oka da on jasno vidi predmete udaljene 25 cm?

Rješenje:  $+3.5$  dpt

#### ZADATAK 4.47

Dalekovidna učiteljica nosi naočale jakosti  $+2$  dpt da bi jasno vidjela predmete na udaljenosti 25 cm od oka. Na kolikoj udaljenosti od oka učiteljica jasno vidi predmete bez naočala?

Naočale se nalaze na udaljenosti 1.5 cm ispred oka.

Rješenje: 45.84 cm

#### ZADATAK 4.48

Prije pet godina okulist je pregledom dalekovidnom profesoru propisao nošenje naočala jakosti  $+2$  dpt za čitanje novina na udaljenosti 25 cm od oka. Danas, noseći naočale jakosti  $+2$  dpt, profesor mora čitati novine na udaljenosti 40 cm od oka da bi jasno vidio. Koliku jakost naočala okulist treba propisati profesoru da bi on ponovno mogao čitati novine na udaljenosti 25 cm od oka?

Rješenje:  $+3.5$  dpt

## 4.2 VALNA OPTIKA

### 4.2.1 Interferencija svjetlosti

*Položaj svijetlih pruga interferencije na zastoru:  $x_k^s = k\lambda \frac{D}{d}$*

*Položaj tamnih pruga interferencije na zastoru:  $x_k^t = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2d}$*

---

#### ZADATAK 4.49

Paralelni uski snop svjetlosti valne duljine 620 nm pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom paralelnom zastoru, udaljenom 200 cm od zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije. Koliki je razmak između pukotina ako je razmak između treće tamne i pete svijetle pruge 2.5 cm?

Rješenje: 74.4  $\mu\text{m}$

#### ZADATAK 4.50

Paralelni uski snop svjetlosti pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom paralelnom zastoru, udaljenom 200 cm od zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije. Razmak između središnje svijetle i druge tamne pruge je 0.7 cm. Za koliko će se milimetara povećati taj razmak ako se drugi zastor udalji za 50 cm?

Rješenje: 1.75 mm

#### ZADATAK 4.51

Paralelni uski snop svjetlosti valne duljine 615 nm pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom paralelnom zastoru, udaljenom 1.5 m od zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije. Razmak između druge svijetle i četvrte tamne pruge je 7.5 mm.

- Koliki je razmak između pukotina?
- Koliko treba udaljiti drugi zastor da razmak između druge svijetle i četvrte tamne pruge bude 9.6 mm?

Rješenja: a) 0.31 mm; b) 42 cm

#### ZADATAK 4.52

Paralelni uski snop svjetlosti valne duljine 590 nm pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom zastoru, smještenom paralelno iza zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije u kojima je razmak između pete i druge tamne pruge s iste strane od centralnog maksimuma 3 mm.

- Koliki je razmak između susjednih tamnih pruga?
- Koliki je razmak između sedme i treće svijetle pruge s iste strane od centralnog maksimuma?
- Kolika bi trebala biti valna duljina svjetlosti da razmak između susjednih tamnih pruga bude 1.1 mm?

Rješenja: a) 1 mm; b) 4 mm; c) 649 nm

#### ZADATAK 4.53

Paralelni uski snop svjetlosti pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom zastoru, smještenom paralelno iza zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije.

a) Koliki je razmak između susjednih svijetlih pruga ako je razmak između sedme tamne i četvrte svijetle pruge s iste strane od centralnog maksimuma 7 mm?

b) Koliki je razmak između pete svijetle pruge s desne i druge tamne pruge s lijeve strane od centralnog maksimuma?

Rješenja: a) 2 mm; b) 15 mm

#### ZADATAK 4.54

Paralelni uski snop svjetlosti pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom paralelnom zastoru, smještenom iza zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije. Koliki je razmak između susjednih svijetlih pruga ako je razmak između sedme tamne i četvrte svijetle pruge 7 mm?

Rješenje: 2 mm

#### ZADATAK 4.55

Paralelni uski snop svjetlosti valne duljine 590 nm pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom paralelnom zastoru, smještenom iza zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije u kojima je razmak između susjednih svijetlih pruga 0.58 cm. Kolika bi trebala biti valna duljina svjetlosti da razmak između susjednih svijetlih pruga bude 0.64 cm?

Rješenje: 651 nm

#### ZADATAK 4.56

Paralelni uski snop svjetlosti valne duljine  $\lambda_1$  pada okomito na zastor s dvije uske paralelne pukotine. Na drugom zastoru, smještenom paralelno iza zastora s pukotinama, opažaju se pruge interferencije u kojima je razmak između susjednih svijetlih pruga 0.53 cm. Padne li na isti zastor s pukotinama okomito svjetlost valne duljine  $\lambda_2$ , razmak između susjednih svijetlih pruga smanji se za 0.7 mm. Koliko je postotaka valna duljina  $\lambda_2$  manja od valne duljine  $\lambda_1$ ?

Rješenje: 13.2%

## 4.2.2 Ogib svjetlosti

### OGIB SVJETLOSTI NA PUKOTINI

Uvjet nastajanja ogibnih minimuma:  $a \sin \theta_k = k\lambda$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$

### OGIB SVJETLOSTI NA OPTIČKOJ MREŽICI

Uvjet nastajanja ogibnih maksimuma:  $d \sin \theta_k = k\lambda$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$

---

#### ZADATAK 4.57

Prolaskom kroz usku pukotinu širine 0.02 mm uski snop monokromatske svjetlosti valne duljine 520 nm stvara ogibnu sliku na zastoru udaljenom 100 cm od pukotine. Koliki je razmak između središnjeg maksimuma i prve tamne pruge?

Rješenje: 2.60 cm

#### ZADATAK 4.58

Prolaskom kroz usku pukotinu uski snop žute svjetlosti valne duljine 550 nm stvara ogibnu sliku na zastoru udaljenom 150 cm od pukotine. Kolika je širina pukotine ako je na ogibnoj slici udaljenost između prve lijeve i prve desne tamne pruge 3 cm?

Rješenje: 55  $\mu\text{m}$

#### ZADATAK 4.59

Snop žute svjetlosti valne duljine 560 nm pada okomito na optičku mrežicu. Koliko je pukotina po centimetru duljine ima optička mrežica ako je kut ogiba svjetlosti u ogibnom spektru prvog reda 8.05°?

Rješenje: 2500

#### ZADATAK 4.60

Snop monokromatske svjetlosti valne duljine 500 nm pada okomito na optičku mrežicu koja ima 2000 pukotina po centimetru duljine. Koliki je red ogibnog spektra u kojem se ogibni maksimumi vide pod kutom od 30°?

Rješenje: 5

#### ZADATAK 4.61

Paralelni uski snop žute svjetlosti valne duljine 560 nm pada okomito na optičku mrežicu. Nakon prolaska kroz mrežicu ogibni maksimumi u spektru trećeg reda vide se pod kutom 24.83°.

- Koliko pukotina po centimetru duljine ima optička mrežica?
- Koliki je red spektra u kojem se ogibni maksimumi vide pod kutom 44.43°?
- Postoji li ogibna slika u spektru sedmog reda?

Rješenja: a) 2500; b) 5; c) postoji ( $\theta_7 = 78.5^\circ$ )

#### ZADATAK 4.62

Vidljivi dio spektra elektromagnetskih valova približno se nalazi u području valnih duljina između 400 nm i 700 nm. Kolika je kutna širina vidljivog dijela ogibnog spektra prvog reda dobivenog ogibom na optičkoj mrežici koja ima 600 pukotina po milimetru duljine?

Rješenje:  $10.9^\circ$

#### ZADATAK 4.63

Laserski snop svjetlosti frekvencije  $4.48 \cdot 10^{14}$  Hz pada okomito na optičku mrežicu koja ima 5000 pukotina po centimetru duljine. Koliki su kutovi ogiba pod kojima se vide ogibni maksimumi nakon prolaska svjetlosti kroz optičku mrežicu?

Rješenja: a)  $19.6^\circ$ ; b)  $42.0^\circ$

#### ZADATAK 4.64

Snop natrijeve svjetlosti pada okomito na optičku mrežicu koja ima 5000 pukotina po centimetru duljine. Koliki je kutni razmak u ogibnom spektru drugog reda između natrijevih  $D_1$  i  $D_2$  linija valnih duljina 589.6 nm i 589.0 nm?

Rješenje:  $0.04^\circ$

#### ZADATAK 4.65

Paralelni uski snop monokromatske svjetlosti pada okomito na optičku rešetku koja ima 4545 pukotina po centimetru duljine. Kolika je valna duljina svjetlosti ako je kut između ogibnih maksimuma u ogibnom spektru drugog i ogibnom spektru trećeg reda  $20^\circ$ ?

Rješenje: 573.1 nm

#### ZADATAK 4.66

Paralelni uski snop polikromatske svjetlosti, koji sadrži dvije boje valnih duljina 400 nm i 410 nm, pada okomito na optičku mrežicu koja ima 500 pukotina po milimetru duljine. Koliki je kutni razmak između ogibnih maksimuma ovih dviju boja u ogibnom spektru:

- a) prvog reda;
- b) drugog reda?

Rješenja: a)  $0.29^\circ$ ; b)  $0.63^\circ$

#### ZADATAK 4.67

Paralelni uski snop bijele svjetlosti prolazi kroz optičku mrežicu koja ima 8000 zareza po centimetru duljine i stvara ogibni spektar prvog reda na zastoru udaljenom 100 cm od mrežice. Kolika je udaljenost između C i F Fraunhoferovih linija na zastoru čije su valne duljine 656.3 nm, odnosno 486.1 nm?

Rješenje: 19.52 cm

#### ZADATAK 4.68

Paralelni uski snop polikromatske svjetlosti koja se sastoji od ljubičaste i crvene svjetlosti valnih duljina 440 nm, odnosno 660 nm, pada okomito na optičku mrežicu koja ima 500 pukotina po milimetru duljine. Koliki je kut pri kojem se preklapaju ogibni maksimumi ljubičaste s ogibnim maksimumima crvene svjetlosti u određenim, različitim redovima spektara?

Rješenje: 41.3°

#### ZADATAK 4.69

Kolika je kutna disperzija monokromatske svjetlosti valne duljine 600 nm nakon prolaska kroz optičku mrežicu koja ima 2500 pukotina po centimetru duljine?

Napomena:

Kutna disperzija definirana je izrazom:  $\frac{d\theta}{d\lambda}$ .

Rješenje:  $2.53 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$

## **5. ODABRANA POGLAVLJA**

## 5.1 RAVNOTEŽNO TALOŽENJE ČESTICA U OTOPINI

Ravnatežno taloženje čestica u otopini u gravitacijskom polju:  $\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{-gV\Delta h(\rho-\rho_0)}{kT}}$

Ravnatežno taloženje čestica u otopini u centrifugi:  $\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{m(1-\frac{\rho_0}{\rho})(r_2^2-r_1^2)}{2kT}}$

### ZADATAK 5.1

U menzuri visine 50 cm nalazi se vodena emulzija čestica gline pri temperaturi 25 °C. Kolika je masa čestica gline ako je nakon uravnoteženja koncentracija čestica na dnu menzure dva puta veća nego na vrhu menzure?

Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>, a čestica gline 2.5 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 9.69 · 10<sup>-22</sup> kg

### ZADATAK 5.2

Pripravljene su dvije emulzije fino mljevenog farmaceutskog preparata, jedna u vodi, a druga u alkoholu, obje pri temperaturi 25 °C, te su ulivene svaka u svoju vertikalno postavljenu kolonu do visine 1 m. Kolika je masa čestica farmaceutskog preparata ako je nakon uravnoteženja omjer koncentracija čestica na vrhu i na dnu kolone dva puta veći u emulziji vodene otopine nego u emulziji alkoholne otopine?

Gustoće vode, alkohola i čestica preparata redom su 1 g/cm<sup>3</sup>, 0.79 g/cm<sup>3</sup> i 1.90 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 2.63 · 10<sup>-21</sup> kg

### ZADATAK 5.3

Dno epruvete s vodenom otopinom proteina nalazi se u rotoru centrifuge na udaljenosti 10 cm od osi vrtnje. Koliko se puta u minuti okrene rotor centrifuge ako na proteine djeluje sila koja je 5 · 10<sup>4</sup> puta veća od njihove težine?

Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>, a proteina 1.3 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 44025

### ZADATAK 5.4

U epruveti s vodom nalazi se zrnce pijeska oblika kuglice promjera 2.2 mm. Epruveta se vrti u centrifugi tako da je njeno dno udaljeno 10 cm od osi vrtnje. Koliko se puta u minuti okrene rotor centrifuge ako zrnca na dno epruvete djeluje silom 66 N?

Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>, a pijeska 2.5 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 84833

### ZADATAK 5.5

Kolika je relativna molekulska masa hidratiziranih molekula proteina ako je u centrifugi koja se pri temperaturi 37 °C vrti kutnom brzinom 1500 s<sup>-1</sup> koncentracija molekula proteina na dnu epruvete 10<sup>4</sup> puta veća nego na vrhu epruvete?

Dno epruvete udaljeno je 12 cm, a vrh 6 cm od osi vrtnje.  
Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>, a proteina 1.3 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 8469.6

### ZADATAK 5.6

Koliko se puta u minuti okrene rotor centrifuge ako je koncentracija molekula hemoglobina u vodenoj otopini pri temperaturi 37 °C 10<sup>12</sup> puta veća na dnu epruvete nego na njenom vrhu?

Dno epruvete udaljeno je 15 cm, a vrh 5 cm od osi vrtnje. Relativna molekulska masa hemoglobina je 6800. Gustoća vode je 1 g/cm<sup>3</sup>, a hemoglobina 1.3 g/cm<sup>3</sup>.

Rješenje: 20347

## 5.2 MEĐUDJELOVANJE ELEKTROMAGNETSKIH VALOVA S TVARIMA

### 5.2.1 Fotoelektrični učinak

*Einsteinova jednadžba fotoelektričnog učinka:*  $h\nu = h\frac{c}{\lambda} = W_i + \frac{1}{2}mv_{max}^2$

*Granična frekvencija fotoelektričnog učinka:*  $W_i = h\nu_{gr}$  *Napon zaustavljanja:*  $eU_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$

---

### ZADATAK 5.7

Kolika je najmanja frekvencija elektromagnetskih valova koji mogu uzrokovati fotoelektrični učinak na nekom metalu ako površina tog metala ozračena elektromagnetskim valovima frekvencije 4.57 · 10<sup>14</sup> Hz emitira fotoelektrone maksimalne kinetičke energije 0.94 eV?

Rješenje: 2.30 · 10<sup>14</sup> Hz

### ZADATAK 5.8

Iz metalne ploče obasjane svjetlošću valne duljine 420 nm izlijeću fotoelektroni koji mogu biti zaustavljeni naponom od 1 V. Kolika je najveća valna duljina svjetlosti koja može uzrokovati fotoelektrični učinak na metalnoj ploči?

Rješenje: 634.5 nm

### ZADATAK 5.9

Fotokatoda obasjana svjetlošću valne duljine 436 nm emitira fotoelektrone maksimalne brzine  $4.4 \cdot 10^5$  m/s.

a) Kolika je najveća valna duljina svjetlosti koja može uzrokovati fotoelektrični učinak na metalu od kojeg je fotokatoda napravljena?

b) Koliki je izlazni rad metala od kojeg je fotokatoda napravljena?

Rješenja: a) 540 nm; b) 2.3 eV

### ZADATAK 5.10

Najveća valna duljina elektromagnetskih valova koji uzrokuju fotoelektrični učinak na natriju je 545 nm. Koliki je napon zaustavljanja potreban za zaustavljanje fotoelektrona izbijenih iz natrijeve ploče elektromagnetskim valovima valne duljine 200 nm?

Rješenje: 3.93 V

### ZADATAK 5.11

Maksimalna brzina fotoelektrona izbijenih iz metalne ploče dva puta je veća kad je ploča obasjana svjetlošću valne duljine 400 nm nego kad je ona obasjana svjetlošću valne duljine 600 nm. Koliki je izlazni rad metala od kojeg je ploča napravljena?

Rješenje: 1.73 eV

### ZADATAK 5.12

Najveća valna duljina elektromagnetskog zračenja koje uzrokuje fotoelektrični učinak na magneziju je 370 nm.

a) Kolika je maksimalna brzina fotoelektrona izbačenih iz magnezijeve ploče elektromagnetskim zračenjem valne duljine 350 nm?

b) Kolika je maksimalna brzina fotoelektrona izbačenih elektromagnetskim zračenjem jednake valne duljine (350 nm) iz metala čiji je izlazni rad za 20% manji od izlaznog rada magnezija?

Rješenja: a)  $2.60 \cdot 10^5$  m/s; b)  $5.51 \cdot 10^5$  m/s

### ZADATAK 5.13

Pri ozračivanju metala elektromagnetskim zračenjem valne duljine 198 nm kinetička energija izbačenih fotoelektrona dva puta je veća od kinetičke energije fotoelektrona izbačenih iz istog metala elektromagnetskim zračenjem 11% veće valne duljine. Kolika je najveća valna duljina elektromagnetskog zračenja koje uzrokuje fotoelektrični učinak na metalu?

Rješenje: 246.9 nm

### ZADATAK 5.14

Obasja li se metalna ploča svjetlošću valne duljine  $\lambda$ , napon zaustavljanja fotoelektrona izbijenih iz metalne ploče je 6 V. Obasja li se ista metalna ploča svjetlošću valne duljine  $2\lambda$ , napon zaustavljanja fotoelektrona je 2 V. Kolika je najveća valna duljina svjetlosti potrebna za nastanak fotoelektričnog učinka na metalnoj ploči?

Rješenje: 621.0 nm

## 5.2.2 Apsorpcija elektromagnetskih valova

Lambertov zakon apsorpcije:  $I = I_0 e^{-kx}$

Beer-Lambertov zakon apsorpcije:  $I = I_0 e^{-\epsilon cx}$     Apsorbancija:  $A = \log \frac{I_0}{I} = \epsilon cl$

---

### ZADATAK 5.15

Prolaskom kroz prvih 10 mm mutne otopine intenzitet upadne svjetlosti smanji se za 75%. Za koliko se postotaka smanji intenzitet upadne svjetlosti prolaskom kroz prva tri milimetra otopine?

Rješenje: 34%

### ZADATAK 5.16

Okomito na olovnu ploču debljine 12 mm pada  $\gamma$ -zračenje. Koliki se postotak upadnog  $\gamma$ -zračenja apsorbira na prvom milimetru puta kroz olovnu ploču ako kroz ploču prođe 22% zračenja?

Rješenje: 12%

### ZADATAK 5.17

Olovna ploča debljine 15 mm apsorbira 60% upadnog  $\gamma$ -zračenja. Koliki se postotak upadnog  $\gamma$ -zračenja apsorbira prolaskom kroz

- a) prva dva milimetra;
  - b) prvih šest milimetara
- olovne ploče?

Rješenja: a) 11.5%; b) 30.7%

### ZADATAK 5.18

Prolaskom kroz otopinu neke tvari koncentracije 5 mg/mL, koja se nalazi u kiveti debljine 1 cm, intenzitet upadne svjetlosti smanji se za 40%. Koliki je molarni koeficijent apsorpcije tvari otopljene u otopini?

Rješenje: 4.44 m<sup>2</sup>/kg

### ZADATAK 5.19

Prolaskom kroz mutno staklo određene debljine intenzitet upadne svjetlosti smanji se za 45%. Nakon toga, izlazna svjetlost prođe kroz drugo mutno staklo, jednake debljine i koeficijenta apsorpcije, i pritom joj se intenzitet smanji za 30%. Za koliko se postotaka smanjio intenzitet prvotne upadne svjetlosti prolaskom kroz oba mutna stakla?

Rješenje: 61.5%

**ZADATAK 5.20**

Prolaskom kroz kivetu ispunjenu otopinom neke tvari intenzitet upadne svjetlosti smanji se za 30%. Koliko puta treba povećati koncentraciju otopine u kiveti da bi intenzitet iste upadne svjetlosti prolaskom kroz istu kivetu bio smanjen za 55%?

Rješenje: 2.24

**ZADATAK 5.21**

Pripravljene su otopine jednomolarnih koncentracija tvari A i B. Prolaskom kroz 1 cm otopine tvari A intenzitet svjetlosti smanji se za 90%, a prolaskom kroz jednaku debljinu sloja otopine tvari B njen se intenzitet smanji za 10%. Koliko je puta molarni koeficijent apsorpcije tvari A veći od molarnog koeficijenta apsorpcije tvari B?

Rješenje: 21.85

**5.3 RADIOAKTIVNI RASPAD**

$$\text{Zakon radioaktivnog raspada: } \Delta N = -\lambda N \Delta t \quad N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\text{Vrijeme poluraspada: } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \text{Aktivnost: } A = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N \quad A = A_0 e^{-\lambda t}$$

**ZADATAK 5.22**

Koliko je vrijeme poluraspada izotopa natrija  ${}_{11}^{24}\text{Na}$  ako se broj radioaktivnih jezgara  ${}_{11}^{24}\text{Na}$  smanji za 12% tijekom prva dva sata?

Rješenje: 10.84 h

**ZADATAK 5.23**

a) Koliko se jezgara u uzorku nekog radioaktivnog elementa raspadne tijekom četiri vremena poluraspada ako je početni broj jezgara u uzorku  $N_0$ ?

b) Za koliko se postotaka smanji aktivnost uzorka tijekom tri vremena poluraspada?

Rješenja: a)  $\frac{15}{16} N_0$ ; b) 87.5 %

**ZADATAK 5.24**

Koliko će se puta aktivnost uzorka nekog radioaktivnog izotopa smanjiti nakon deset dana ako se nakon dva dana aktivnost uzorka smanji tri puta?

Rješenje: 243

### ZADATAK 5.25

Pripravljen je radioaktivni uzorak izotopa neptunija  $^{238}_{93}\text{Np}$  mase 300  $\mu\text{g}$ .

- a) Koliko je vrijeme poluraspada izotopa  $^{238}_{93}\text{Np}$  ako se nakon 6 dana od pripravljanja uzorka raspalo 262.5  $\mu\text{g}$  izotopa  $^{238}_{93}\text{Np}$ ?
- b) Kolika će biti masa izotopa  $^{238}_{93}\text{Np}$  u uzorku 10 dana nakon njegovog pripravljanja?

Rješenja: a) 2 dana; b) 9.38  $\mu\text{g}$

### ZADATAK 5.26

Kolika je bila početna masa radioaktivnog uzorka izotopa neptunija  $^{238}_{93}\text{Np}$  ako je nakon 6 dana od pripravljanja uzorka ostalo neraspadnuto  $3.75 \cdot 10^{-5}$  g izotopa?

Vrijeme poluraspada  $^{238}_{93}\text{Np}$  je 2 dana.

Rješenje:  $3 \cdot 10^{-4}$  g

### ZADATAK 5.27

U nekom prehrambenom proizvodu izmjerena je povećana aktivnost neke radioaktivne tvari. Proizvod se može korisno upotrijebiti nakon 36 dana i 16 sati, kad se aktivnost radioaktivne tvari smanji za 72% od izmjerene početne aktivnosti.

- a) Koliko je vrijeme poluraspada radioaktivne tvari?
- b) Nakon koliko će se dana aktivnost radioaktivne tvari smanjiti na 10% od početne aktivnosti?

Rješenja: a) 19.97 dana; b) 66.32 dana

### ZADATAK 5.28

Aktivnost uzorka neke radioaktivne tvari dvadeset dana nakon što je pripravljen je  $7.500 \cdot 10^5$  Bq, a dva dana poslije  $7.000 \cdot 10^5$  Bq. Nakon koliko će dana od pripravljanja aktivnost uzorka biti  $2.785 \cdot 10^7$  raspada u minuti?

Rješenje: 33.91 dan

### ZADATAK 5.29

Koliko je vrijeme poluraspada radioaktivnog izotopa kojem je nakon određenog vremena izmjerena aktivnost 4500 raspada u minuti, a 30 dana kasnije 4220 raspada u minuti?

Rješenje: 323.68 dana

### ZADATAK 5.30

Uzorak radona  $^{222}_{86}\text{Rn}$  volumena 0.1 mL nalazi se pri temperaturi 27 °C i tlaku 2026.5 hPa. Koliko je vrijeme poluraspada  $^{222}_{86}\text{Rn}$  ako uzorak u jednom danu emitira  $8.12 \cdot 10^{17}$   $\alpha$ -čestica?

Pretpostavka je da se radon ponaša kao idealni plin.

Napomena:

*Jednadžba stanja idealnog plina je  $pV = NkT$ , gdje je  $k$  Boltzmannova konstanta.*

Rješenje: 3.82 dana

**ZADATAK 5.31**

Pripravljeni su radioaktivni uzorci A i B, jednakog početnog broja jezgara. Tri dana nakon pripravljanja uzoraka broj neraspadnutih jezgara u uzorku B tri puta je veći od broja neraspadnutih jezgara u uzorku A.

- a) Koliko je vrijeme poluraspada jezgri radioaktivnog uzorka A ako je vrijeme poluraspada jezgri radioaktivnog uzorka B tri puta veće od vremena poluraspada jezgri radioaktivnog uzorka A?
- b) Nakon koliko će dana, sati i minuta od pripravljanja uzoraka broj neraspadnutih jezgri u radioaktivnom uzorku B biti deset puta veći od broja neraspadnutih jezgri u radioaktivnom uzorku A?

Rješenja: a) 1.26 dana; b) 6 dana, 6 sati i 54 minute

**ZADATAK 5.32**

Pripravljeni su radioaktivni uzorci A i B jednakog početnog broja jezgara. Jedan dan nakon pripravljanja uzoraka broj neraspadnutih jezgara u uzorku A četiri puta je veći od broja neraspadnutih jezgara u uzorku B.

- a) Koliko je vrijeme poluraspada jezgri radioaktivnog uzorka B ako je vrijeme poluraspada jezgri radioaktivnog uzorka A 4 h?
- b) Nakon koliko će dana od pripravljanja broj neraspadnutih jezgri u radioaktivnom uzorku A biti pedeset puta veći od broja neraspadnutih jezgri u radioaktivnom uzorku B?

Rješenja: a) 3 h; b) 2.82 dana

**ZADATAK 5.33**

U nekom trenutku aktivnost radioaktivnog uzorka tehnečija  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$  je  $8 \cdot 10^{10}$  Bq, a radioaktivnog uzorka joda  ${}^{131}_{53}\text{I}$   $7 \cdot 10^9$  Bq. Nakon koliko će sati aktivnosti uzoraka tehnečija i joda biti jednake? Vrijeme poluraspada  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$  je 6 sati, a  ${}^{131}_{53}\text{I}$  je 8.4 dana.

Rješenje: 21.73 h

**ZADATAK 5.34**

Mjerene vrijednosti aktivnosti nekog radioaktivnog uzorka u različitim vremenima prikazane su tablicom.

- a) Koliko je vrijeme poluraspada radioaktivnih jezgri u uzorku?
- b) Kolika je aktivnost uzorka nakon 20 h?

$t / \text{h}$	0	4	8
$A / 10^{11} \text{ Bq}$	$A_0$	28.94	8.93

Rješenja: a) 2.36 h; b)  $2.62 \cdot 10^{10}$  Bq

**ZADATAK 5.35**

Mjerene vrijednosti aktivnosti nekog radioaktivnog uzorka u različitim vremenima prikazane su tablicom.

$t / \text{h}$	0	5	10
$A / 10^{11} \text{ Bq}$	$A_0$	24.32	6.73

- Koliko je vrijeme poluraspada radioaktivnih jezgri u uzorku?
- Kolika je početna aktivnost uzorka?
- Koliki je početni broj radioaktivnih jezgri u uzorku?
- Nakon koliko će sati od pripravljanja aktivnost uzorka biti  $4 \cdot 10^{12}$  Bq?
- Kolika će biti aktivnost uzorka 25 sati nakon njegovog pripravljanja?

Rješenja: a) 2.70 h; b)  $8.79 \cdot 10^{12}$  Bq; c)  $1.23 \cdot 10^{17}$ ; d) 20.99 h; e)  $1.43 \cdot 10^{10}$  Bq

**ZADATAK 5.36**

Koliko je vrijeme poluraspada radioaktivnog izotopa joda  $^{131}_{53}\text{I}$  ako se u uzorku mase 2 mg svake sekunde prosječno raspadne  $8.78 \cdot 10^{12}$  radioaktivnih jezgara?

Rješenje: 8.40 dana

**ZADATAK 5.37**

Koliko je vrijeme poluraspada radioaktivnog izotopa radija  $^{226}_{88}\text{Ra}$  ako se u uzorku mase 1 mg svake sekunde prosječno raspadne  $3.615 \cdot 10^7$  radioaktivnih jezgara?

Rješenje: 1620.1 god

**ZADATAK 5.38**

Kolika je aktivnost uzorka nukleotida označenih izotopom ugljika  $^{14}_6\text{C}$  mase 0.6  $\mu\text{g}$ ?  
Vrijeme poluraspada  $^{14}_6\text{C}$  je 5730 godina.

Rješenje: 98998.4 Bq

**ZADATAK 5.39**

U svrhu liječenja tiroidne žlijezde pacijent je u hrani dobivao preparat koji sadrži radioaktivni izotop joda  $^{131}_{53}\text{I}$ . Dva dana nakon uzimanja preparata izmjerena aktivnost ukupno izlučenog urina i fekalija bila je  $2.0 \cdot 10^9$  Bq? Koliki se postotak joda ugradio u pacijentov organizam tijekom dva dana terapije ako je na početku terapije aktivnost preparata bila  $1.5 \cdot 10^9$  Bq?

Vrijeme poluraspada  $^{131}_{53}\text{I}$  je 8.4 dana.

Rješenje: 84.27%

#### ZADATAK 5.40

U svrhu liječenja pacijent je u hrani dobivao preparat koji sadrži radioaktivni izotop. Šezdeset sati nakon uzimanja lijeka izmjerena aktivnost ukupno izlučenog urina i fekalija bila je četiri puta manja od ukupne aktivnosti preparata u trenutku davanja lijeka. Koliko je vrijeme poluraspada radioaktivnih jezgri izotopa ako se u organizam pacijenta nakon šezdeset sati ugradilo 72% radioaktivnih izotopa?

Rješenje: 15.29 dana

#### ZADATAK 5.41

U svrhu liječenja tiroidne žlijezde pacijent je u hrani dobivao preparat koji je sadržavao radioaktivni izotop joda  $^{131}_{53}\text{I}$ . Koliki se postotak joda tijekom 48 sati terapije izlučio iz organizma pacijenta ako je aktivnost joda  $^{131}_{53}\text{I}$  ugrađenog u organizam pacijenta nakon 48 sati terapije bila 40% manja od aktivnosti preparata na početku terapije?

Vrijeme poluraspada  $^{131}_{53}\text{I}$  je 8.4 dana.

Rješenje: 29.23%

## DODATAK

FIZIČKE KONSTANTE		
jakost gravitacijskog polja Zemlje	$g$	$9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
gravitacijska konstanta	$G$	$6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
elementarni naboj	$e$	$1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
permitivnost vakuuma	$\epsilon_0$	$8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
masa elektrona	$m_e$	$9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
masa protona	$m_p$	$1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
masa neutrona	$m_n$	$1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
atomska jedinica mase	$m_u$	$1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Avogadrova konstanta	$N_A$	$6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Planckova konstanta	$h$	$6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
brzina EM vala u vakuumu	$c$	$3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Boltzmannova konstanta	$k$	$1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
plinska konstanta	$R$	$8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

SI PREFIKSI		
femto	f	$10^{-15}$
piko	p	$10^{-12}$
nano	n	$10^{-9}$
mikro	$\mu$	$10^{-6}$
mili	m	$10^{-3}$
centi	c	$10^{-2}$
deci	d	$10^{-1}$
deka	da	$10^1$
hekto	h	$10^2$
kilo	k	$10^3$
mega	M	$10^6$
giga	G	$10^9$
tera	T	$10^{12}$
peta	P	$10^{15}$

ODNOS MJERNIH JEDINICA		
ENERGIJA	elektronvolt i džul	$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
TEMPERATURA	Celzijev stupanj i kelvin	$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$
TLAK	milimetar žive i paskal	$760 \text{ mmHg} = 101325 \text{ Pa}$
TOPLINA	kalorija i džul	$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$
KUT	stupanj i radijan	$180^{\circ} = \pi \text{ rad}$



ISBN 978-953-8273-11-7

